

分类号_____

密级_____

U D C _____

编号_____

中国科学院研究生院

博士学位论文

大亚湾中心探测器模拟与物理灵敏度研究

占亮

指导教师姓名 王贻芳 研究员 曹俊 研究员

申请学位级别 博士 学科专业名称 粒子物理与原子核物理

论文提交日期 2009年 4月20日 论文答辩日期 2008年5月21日

培养单位 中国科学院高能物理研究所

学位授予单位名称 中国科学院研究生院

答辩委员会主席 A B C

摘要（写完再改）

中微子物理是当今研究超出粒子物理标准模型的新物理的突破口和关键学科。中微子振荡实验，利用大气中微子，反应堆中微子和加速器中微子，已经从发现中微子振荡现象迈入到一个精确测量中微子振荡参数的时代。在中微子振荡的六个混合参数中， θ_{13} 的测量是关键点，它的大小决定了中微子物理的发展方向。用反应堆中微子测量 θ_{13} 具有独特的优点，造价低，速度快，物理结果干净。

大亚湾反应堆中微子实验的物理目标是精确测量中微子混合参数 $\sin^2 2\theta_{13}$ ，灵敏度达到 0.01 或更好。这一物理目标对探测反应堆中微子事例的中心探测器提出很高的设计要求，探测器总靶质量达到 160 吨，分为 8 个全同的中心探测器模块，每个模块的系统误差应小于 0.38%。

论文介绍了基于 Geant4 开发的大亚湾探测器模拟软件 G4dyb，由于大亚湾探测器的特殊性，标准的 Geant4 程序包也无法全部适用。G4dyb 在不断的调试发展过程中，增加了 Geant4 程序包没有的内容。中子在钷上俘获放出末态 γ 光子的过程 Geant4 描述的并不准确，Geant4 中也没有重离子在液闪中的淬灭效应，G4dyb 加入了合适的模型来描述这些过程。G4dyb 的功能被模块化移植到了大亚湾实验新的软件框架 NuWa 下，在新的框架下的模拟结果与原有结果的对比表面它们基本一致。

G4dyb 被用来模拟研究探测器对各种本底事例和信号事例的响应，得到的一些模拟量的基本分布，可以用来评估探测器的基本性能。探测器设计的一些参数，作为模拟程序的输入参数，可以用 G4dyb 来研究它们对探测器性能的影响，从而得到探测器的基本设计要求。对于各种本底事例，G4dyb 可以用来模拟计算它们在中心探测器中的信噪比，从而制定探测器制造中的对放射性物质含量大小要求的选材标准和探测器屏蔽本底的方法。G4dyb 在开发过程中不断与小模型探测器的测量数据进行对比研究，模拟结果与数据基本符合。

大亚湾探测器对统计误差和系统误差的要求非常严格，为了计算 $\sin^2 2\theta_{13}$ 的灵敏度，开发了软件 dybsens。dybsens 计算了大亚湾实验可以测得的中微子能谱以及事例

率,考虑了与反应堆和探测器相关的各种系统误差,运用 χ^2 分析方法得到了 $\sin^2 2\theta_{13}$ 的灵敏度以及随各种因素的变化。

在基线长度约为 2 km 处,反应堆中微子实验可以测量 $\sin^2 2\theta_{13}$,而基本不受其他振荡参数的影响,KamLand 实验表明,在几十千米处反应堆中微子可以用来测量 $\sin^2 2\theta_{12}$ 和 Δm_{21}^2 。除此之外,论文研究表明,如果有较高的探测器质量和很好的能量分辨率,在基线长度约为 60 km 的地方,通过精确测量反应堆中微子能谱,再运用傅里叶分析的方法,可以很方便地确定中微子的能量等级。论文系统地计算了要测量中微子质量等级,对探测器设计的要求。

关键词: 反应堆,中微子振荡,中心探测器,模拟, $\sin^2 2\theta_{13}$ 灵敏度,质量等级

ABSTRACT

翻译

Key words: reactor, neutrino oscillation, antineutrino detector, simulation, $\sin^2 2\theta_{13}$ sensitivity, mass hierarchy

目录

1	引言	1
1.1	中微子物理简介	1
1.1.1	标准模型中的中微子	1
1.1.2	超出标准模型的中微子	3
1.1.3	中微子物理需要解决的问题	4
1.2	中微子振荡理论与实验	8
1.2.1	中微子振荡理论	8
1.2.2	中微子源	10
1.2.3	中微子的探测方法	12
1.2.4	太阳中微子振荡参数测量	13
1.2.5	大气中微子振荡参数测量	16
1.2.6	混合角 θ_{13} 测量	17
1.3	论文研究的意义和结构	21
1.3.1	论文研究的意义	21
1.3.2	论文的内容结构	21
2	大亚湾反应堆中微子实验	23
2.1	实验的物理目标和意义	23
2.2	大亚湾实验总体规划	24
2.2.1	实验总体设计方案	24
2.2.2	实验布局和基线选取	25

2.3	探测器设计	28
2.3.1	中心探测器的设计	28
2.3.2	反符合探测器的设计	30
2.4	实验误差及预期结果	32
3	大亚湾探测器模拟软件开发	35
3.1	G4dyb 程序的介绍	35
3.1.1	G4dyb 的开发背景	35
3.1.2	G4dyb 的开发历史	38
3.1.3	G4dyb 的探测器模型	38
3.1.4	G4dyb 的物理过程	41
3.1.5	G4dyb 用到的产生子	42
3.1.6	G4dyb 的输出数据	44
3.2	产生子程序开发	44
3.2.1	Muon 产生子	46
3.2.2	Muon 引发的中子产生子	47
3.3	G4dyb 的特殊物理过程	49
3.3.1	淬灭效应	49
3.3.2	中子俘获	53
3.4	G4dyb 的模拟与实验数据对比	56
4	中心探测器模拟研究	61
4.1	基本事例的模拟	61
4.1.1	反 β 衰变正电子	61
4.1.2	反 β 衰变中子	63
4.1.3	穿过中心探测器的 μ 子	69
4.1.4	天然放射性本底事例	69
4.2	探测器的设计与性能的模拟研究	72
4.2.1	几何结构设计的模拟研究	72
4.2.2	能量分辨率	73

4.2.3	位置响应和均匀性	75
4.2.4	光电子的时间分布	77
4.2.5	探测效率及其误差	77
5	大亚湾 $\sin^2 2\theta_{13}$ 灵敏度的计算	85
5.1	大亚湾实验的系统误差	85
5.1.1	反应堆相关的误差	86
5.1.2	探测器相关的误差	86
5.1.3	本底相关的误差	87
5.2	$\sin^2 2\theta_{13}$ 灵敏度计算程序 dybsens	89
5.2.1	χ^2 函数	89
5.2.2	dybsens 程序介绍	91
5.2.3	能量分辨和能量刻度	93
5.3	dybsens 的应用	94
5.3.1	影响 $\sin^2 2\theta_{13}$ 灵敏度的参数	94
5.3.2	核废料对灵敏度的影响	97
6	反应堆中微子测量质量等级	101
6.1	质量等级测量的原理	101
6.1.1	质量等级的测量的几种方法	101
6.1.2	中等基线反应堆中微子振荡	102
6.2	数据分析方法	103
6.2.1	理论能谱的傅里叶变换	104
6.2.2	实验数据的傅里叶变换	108
6.3	对实验条件的要求	111
6.3.1	影响质量等级测量的参数	111
6.3.2	对探测器的要求	113
6.3.3	对 θ_{13} 角的要求	115
	发表文章目录	125

插图目录

1.1	中微子与物质的四种相互作用过程举例	2
1.2	ν_μ 在 $1 - 100\text{GeV}$ 范围内的带电流反应截面	2
1.3	太阳中微子能谱	11
1.4	反应堆中微子能谱	11
1.5	太阳中微子参数整体拟合结果	15
1.6	大气中微子参数整体拟合结果	17
1.7	历史上的反应堆中微子实验	18
1.8	θ_{13} 置信范围的拟合结果	20
2.1	反应堆反电子中微子的消失几率随基线长度的变化关系	26
2.2	大亚湾实验布局	27
2.3	大亚湾探测器示意图	29
2.4	大亚湾中心探测器示意图	30
2.5	大亚湾实验测量 $\sin^2 2\theta_{13}$ 预期灵敏度	34
3.1	Geant4 软件包结果图	37
3.2	大亚湾探测器几何模型	39
3.3	中心探测器材料折射率和衰减长度曲线	40
3.4	G4dyb 输出数据图示	44
3.5	三维数字化山形图	45
3.6	μ 流强图	45

3.7	反符合探测器长方体示意图	46
3.8	实验点旋转角度对 μ 子流强影响	47
3.9	葱闪烁体单位径迹上的荧光输出随单位径迹上能量损失的变化	51
3.10	葱晶体中不同粒子光输出随能量变化关系	51
3.11	淬灭效应修正后有效发光能量沉积随粒子能量关系	52
3.12	模拟中几种粒子的淬灭因子随能量变化关系。	52
3.13	质子在掺钆液闪（左图）和液闪（右图）中的淬灭因子的测量结果	52
3.14	模拟的 γ 的淬灭因子与实验测量的响应非线性效应对比图	53
3.15	G4NeutronHPCapture 模型中的中子在碳核上俘获发出的 γ 光子能量分布	55
3.16	G4NeutronHPCapture 模型中的中子在钆核上俘获发出的 γ 光子能量分布	55
3.17	dywNeutronHPCapture 模型中的中子在钆核上俘获发出的 γ 光子能量分布	56
3.18	中心探测器模型的几何结构	57
3.19	^{137}Cs 在中心探测器模型中心轴竖直方向各位置时模拟与数据的能谱比较 .	58
3.20	^{137}Cs 在中心探测器模型中心轴竖直方向各位置时模拟与数据的能谱峰位 和分辨率的比较	59
3.21	^{252}Cf 中子俘获时间模拟和数据的对比	59
3.22	中子俘获信号能谱实验数据与模拟的对比	59
4.1	反 β 衰变正电子沉积能量分布	62
4.2	反 β 衰变正电子产生的光电子数分布	62
4.3	反 β 衰变正电子产生的光电子数分布和沉积能量的关系	62
4.4	正电子能量沉积重心与产生位置的距离分布	63
4.5	反 β 衰变中子动能分布	64
4.6	反 β 衰变中子沉积能量分布	64
4.7	反 β 衰变中子产生的光电子数分布	64
4.8	中子在液闪和掺钆液闪中的俘获时间	65
4.9	中子在液闪和掺钆液闪中的漂移距离	66
4.10	中子在掺钆液闪中漂移的三方向分量	66
4.11	被钆俘获的中子产生顶点的 R^2 分布	67
4.12	中子在钆和氢上俘获位置的 R^2 分布	68

4.13	中子俘获产生的 γ 能量沉积距离	68
4.14	μ 子在中心探测器中发生契伦柯夫作用的等效沉积能量	70
4.15	μ 子在中心探测器中发生发生闪烁过程的等效沉积能量	70
4.16	天然放射性本底模拟能谱	71
4.17	中子的探测效率随液闪厚度的变化关系	73
4.18	光电倍增管对不同位置发光响应的均匀性	74
4.19	1 MeV 电子产生的光电子数的分布	74
4.20	模拟得到的能量分辨率随能量的关系	75
4.21	事例重建之后的能量分辨率随能量的关系	76
4.22	单位能量产生光电子数随事例顶点的分布	76
4.23	中心探测器事例持续时间的分布	78
4.24	中心探测器 PMT 响应时间的分布	78
4.25	中心探测器 PMT 测量时间的分布	78
4.26	中子俘获时间的上升沿	79
4.27	正电子在 1MeV 能量阈值附近的能谱	80
4.28	没有过能量阈值的正电子产生顶点的分布	81
4.29	没有过能量阈值的正电子的能量分布	81
4.30	中子的能量沉积谱及能量分辨的影响	81
4.31	不同有机玻璃罐厚度下正电子和中子在能量阈值附近事例数分布	82
5.1	中微子流强反应截面和能谱	92
5.2	大亚湾探测器的三种主要本底的能谱	92
5.3	大亚湾实验灵敏度随 Δm_{32}^2 的变化关系	95
5.4	大亚湾实验灵敏度随实验天数的变化关系	96
5.5	大亚湾实验灵敏度随能量分辨的变化关系	96
5.6	大亚湾实验灵敏度随能量道数的变化关系	97
5.7	核废料发出的中微子能谱和探测到的能谱	98
5.8	核废料对大亚湾灵敏度曲线的影响	99
6.1	中微子在 60 km 处振荡的能谱	103

6.2	中微子能谱的傅里叶变换全谱	104
6.3	中微子能谱的傅里叶变换谱	105
6.4	中微子能谱的傅里叶余弦变换谱	107
6.5	中微子能谱的傅里叶正弦变换谱	107
6.6	对不同的 $\sin^2(2\theta_{13})$ 和基线对 PV 和 RL 参数影响	108
6.7	理论计算能谱和模拟数据的傅里叶正弦和余弦变换谱的比较	109
6.8	500 个模拟实验的 RL 和 PV 参数的分布	111
6.9	1000 个模拟式样的 $RL + PV$ 值的分布	112
6.10	基线长度对确定中微子质量等级的概率的影响	113
6.11	事例个数对确定中微子质量等级的概率的影响	114
6.12	探测器能量分辨率对确定中微子质量等级的概率的影响	115
6.13	能量刻度误差对傅里叶正弦和余弦变换谱的影响	116
6.14	$\sin^2(2\theta_{13})$ 对确定中微子质量等级的概率的影响	117
6.15	达到 90% 概率确定中微子质量等级所要求的事例数和 $\sin^2(2\theta_{13})$ 值	117

表格目录

1.1	2008 年中微子混合参数的拟合值	8
2.1	各实验点的中微子探测器模块的事例数和信噪比	27
2.2	大亚湾中心探测器的物理性能要求	31
2.3	大亚湾实验对反符合系统性能的要求	32
2.4	各反应堆中微子实验的误差比较	33
3.1	中心探测器材料的性质	40
3.2	HepEvt 格式的产生子文件	43
3.3	三个实验点处 μ 子的模拟结果	45
3.4	液闪中各原子核中子俘获百分比	54
4.1	内有机玻璃罐厚度对正电子信号探测效率及其误差的影响	82
4.2	内有机玻璃罐厚度对中子信号探测效率及其误差的影响	83
4.3	筋板厚度对正电子和中子事例探测效率的影响。	83
5.1	大亚湾实验误差的要求	85
5.2	探测器相关误差的比较	87
5.3	大亚湾实验快中子本底和单中子本底	88
5.4	中微子信号和本底事例率的比值	89
6.1	默认的中微子振荡参数及其他参数列表	110

第一章 引言

本章介绍了中微子物理及中微子实验的基本知识，重点介绍了反应堆中微子实验，最后介绍了本论文研究的意义，论文内容摘要和论文结构。注意标点符号。

1.1 中微子物理简介

1.1.1 标准模型中的中微子

根据粒子物理学的标准模型，组成物质的基本粒子是三代夸克，三代轻子；自然界中共有四种基本相互作用：强相互作用、电磁相互作用、弱相互作用和引力相互作用。相互作用的传递子，现在已经发现的共有四种，它们是：强相互作用的传递子胶子，电磁-弱相互作用的传递子光子、 Z^0 、 W 。三代夸克是 u 夸克、d 夸克、c 夸克、s 夸克、t 夸克、b 夸克，三代轻子是电子、电子中微子、 μ 子、 μ 中微子、 τ 子、 τ 中微子。这十二种基本粒子已经相继被实验发现。标准模型的理论得到了实验的严格检验，与所有已知实验结果一致，精度达到 10^{-5} [1]。

标准模型中，中微子是自旋为 1/2 的狄拉克 (Dirac) 粒子，是静止质量为零的中性粒子，只参与弱相互作用。中微子与粒子交换 Z^0 的相互作用为中性流 (NC) 相互作用，交换 W^\pm 的相互作用为带电流 (CC) 相互作用。1989 年 LEP [2] 和 SLD [3] 通过测量 Z^0 衰变的不可见宽度得到的活跃中微子个数 $N_\nu = 2.984$ ，与标准模型的三代中微子数符合。

实验中观测中微子，通常通过四种相互作用，弹性散射 (Elastic Scattering)、准弹性散射 (Quasi-elastic scattering)、 π^0 产生 (single pion production) 和深度非弹性散射 (DIS)。图 1.1 是这几种相互作用过程的例子。弹性散射可以是中性流过程，

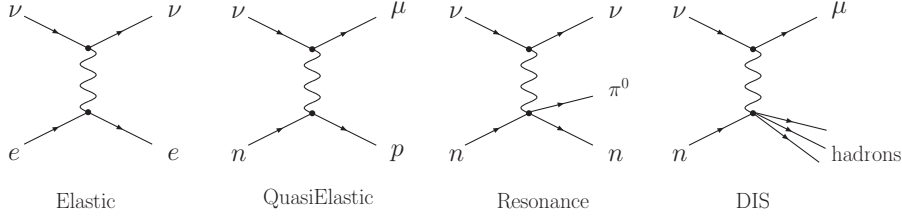


图 1.1: 中微子与物质的四种相互作用过程举例。

如 $\nu_e + n \rightarrow \nu_e + n$; 也可以是带电流过程, 如 $\nu + l \rightarrow \nu + l$ 。准弹性散射为带电流过程, 入射中微子和靶核通过交换玻色子 W^\pm 使得靶核中的夸克改变味道, 但是靶核与弹性散射过程中一样, 并没有被激发或碎裂, 所以此类过程叫准弹性散射, 比如 $\nu_\mu + n \rightarrow \mu + p$ 。 π^0 产生既可以是中性流过程也可以是带电流过程。在共振态 π^0 产生过程中, 靶核变成一个 Δ 粒子然后衰变放出一个 π^0 , 中性流 π^0 产生是很多中微子振荡实验的重要本底。深度非弹性散射对应入射中微子能量很高, 将靶核打碎的情况。深度非弹可能是中性流也可能是带电流相互作用过程。图 1.2 给出当前实验测量到的

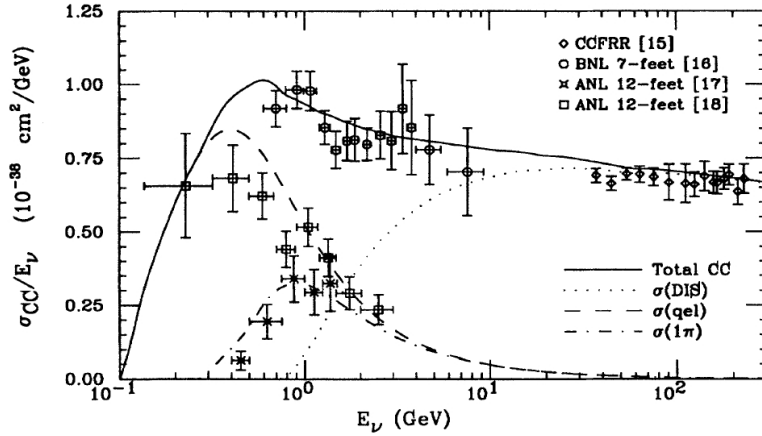


图 1.2: ν_μ 在 $1 - 100 \text{ GeV}$ 范围内的带电流反应截面。

$1 - 100 \text{ GeV}$ 能量范围内中微子带电流的反应截面 [4]。在 MeV 到几个 GeV 的能量范围里, 实验若想精确测量中微子性质, 则需要更精确的反应截面。目前 MiniBooNE [5], SciBooNE [6], MINERvA [7] 都计划在未来几年提高此能量范围内的截面精度。同时我们在这张图中还可以看到, 当能量高于几个 GeV 以后, 随着能量升高, 所有带电

流反应均可发生，此时总的带电流反应截面与能量成正比。然而，这张图显示的最重要信息是，即使中微子能量已经很高，它的总反应截面仍然很小。100 GeV 的 ν_μ 与电子作用的截面是 $\sim 10^{-40} \text{ cm}^2$ ，与核子作用的截面是 $\sim 10^{-36} \text{ cm}^2$ ，比强相互作用的截面小了十几个量级。100 GeV 中微子的平均自由程为 $3 \times 10^9 \text{ m}$ ，这意味着中微子可以穿过地球而几乎不发生任何相互作用。

1.1.2 超出标准模型的中微子

在标准模型中，中微子是无质量粒子，并且三代轻子数都守恒，不会发生一种味到另一种味的转化。然而在最近几十年的时间里，不管是利用自然界产生的太阳中微子和大气中微子，还是利用人工制造的加速器和反应堆中微子，有大量实验证据证实了中微子的振荡现象，表明中微子是有质量的，打破了标准模型的预言。

1960 年代初，物理学家 Maki、Nakagawa、Sakata 和 Pontecorvo 提出，如果中微子有质量且其质量本征态与弱作用本征态不简并，由量子力学波函数的叠加可推知，不同的中微子之间可发生振荡，即一种中微子在飞行过程中变为另一种中微子。对于三代中微子，其振荡概率可写成矩阵形式，称作 MNSP (Maki-Nakagawa-Sakata-Pontecorvo) 矩阵，这类似于夸克中的 CKM 矩阵。中微子振荡迅速引起人们的兴趣是因为它提供了一种证明中微子质量不为零的方法。

1960 年代初，J.Bahcall 提出了一个完整的太阳模型，定量计算出太阳上发生的各种聚变反应所辐射出来的能量（包括中微子携带的能量）。为了验证 J.Bahcall 提出的太阳模型，美国化学家 R.Davis 领导了一个小组来测量太阳核聚变中产生的中微子。R.Davis 于 1968 年首次发表了令人吃惊的实验结果，即观测到的太阳中微子只有 J.Bahcall 预言的理论值的 1/3，这就是有名的“太阳中微子丢失”之谜。在随后的 30 年中，R.Davis 共探测到约 2000 个太阳中微子，结论仍然没变。当时对此有多种解释，太阳中微子发生振荡，即由电子中微子变成 μ 中微子或 τ 中微子，是其中的一种解释。随后许多类似的实验均证实了 R.Davis 的结论，如意大利的 Gallex 实验和苏联的 Sage 实验。由日本科学家小柴昌俊领导的神冈实验在 1980 年代中期建造了一个类似于美国 IMB 实验的水契伦科夫成像探测器，也观测到类似结果，并于 1987 年与 IMB 一起首次观测到超新星爆发产生的中微子。只是这些实验只能证明探测到的太阳中微子比理论预言的少，而不能确定到底是由于中微子振荡还是太阳模型出了问题引起的。太阳中微子

问题的真正突破出现在 2001 年与 2002 年。加拿大的 SNO 实验 [8] 同时测量三种中微子，获得了电子中微子消失及 μ 中微子和 τ 中微子出现的证据，且三种中微子数之和与 J.Bahcall 的标准太阳模型预言一致。

中微子振荡的第二个实验证据即所谓“大气中微子反常”。主要由 μ 子衰变而来的大气中微子应满足 μ 中微子和电子中微子的比值为 2。自 1970 年代以来，许多实验均发现这一比例接近于 1（误差很大）。由小柴昌俊领导的神冈实验也发现了类似结果（误差稍小），后又建了一个比原来的探测器大 10 倍的超级神冈（Super-Kamiokande）探测器。在 1998 年，证实了这个比值接近 1 是因为 μ 中微子消失了，且其消失的百分比随能量与飞行距离的关系与理论预言基本相符 [9]。

最初所有中微子振荡的实验证据均来源于大自然，因此中微子振荡在某种程度上依赖于人们对大自然的理解，如太阳模型、宇宙线在大气中的簇射过程等。所以从人工中微子源中探测到中微子振荡才是它的最终证明。候选的人工中微子源有两类，一是加速器，一是反应堆。1990 年末期，日本的 KEK 实验室用质子打靶产生中微子，并由超级神冈探测器探测。2003 年 K2K 加速器中微子振荡实验 [10] 证实了大气中微子振荡。

反应堆中微子实验自 1980 年代初开始，已进行了好几代。实验的方法是观测反应堆由裂变过程所产生的反 ν_e 的数目，并与预期的中微子数比较，如果发现中微子消失现象，则说明反应堆产生的反 ν_e 发生振荡，变成了另一种中微子而没有被探测到。自 1997 年开始建造，KamLAND 探测器于 2001 年全面建成。在 2002 年报告了重要结果 [11]：约 40% 的反应堆中微子消失了，或者说振荡为另一种中微子，而这种新的中微子没有被探测到。由于中微子是反应堆与太阳唯一共同的东西，因此中微子消失现象只能用中微子本身的性质来解释。并且，太阳中微子振荡“大角度混合解”可以定量解释所有观测到的数据。因此可以肯定地说，太阳中微子发生了振荡，J.Bahcall 的标准太阳模型是正确的，中微子是有质量的，至此中微子振荡得到最终的确认。

1.1.3 中微子物理需要解决的问题

中微子是 Dirac 粒子还是 Majorana 粒子

迄今为止，中微子是 Dirac 粒子还是 Majorana 粒子并没有确定，中微子振荡实验的结果也不能确定这一点。如果中微子是 Majorana 粒子，那么中微子本身也可以是反

中微子，就会发生如下的零中微子双 β 衰变过程：

$$(A, Z) \rightarrow (A, Z + 2) + e^- + e^- \quad (1.1)$$

这个反应过程违反了轻子数守恒，研究这个过程可以得到中微子的有效 Majorana 质量 $m_{\beta\beta} = \sum_i U_{ei}^2 m_i$ 。有一系列实验研究这个过程，如 IGEX [12], CUORICINO [13], NEMO3 [14] 等合作组实验。实验中观测到的都是带有两个中微子的两中微子 β 衰变过程，可见零中微子双 β 衰变截面很小或根本不可能发生，实验只能给出一个 $m_{\beta\beta}$ 的上限，给出的比较好的结果为 $m_{\beta\beta} < (0.19 - 0.38)\text{eV}$ [13]。

中微子的质量和质量等级

大量中微子振荡实验表明中微子是有质量的，对于中微子三个质量本征态的质量大小 $m_i (i = 1, 2, 3)$ ，中微子振荡实验只能给出它们的质量平方差 $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$ ，而不能确定绝对质量大小。零中微子双 β 衰变过程，单 β 衰变过程和宇宙学的实验分别能够提供中微子质量的信息 [15]，包括 $m_{\beta\beta}$ ， m_β 和 Σ ，

$$m_{\beta\beta} = |c_{13}^2 c_{12}^2 m_1 + c_{13}^2 s_{12}^2 m_2 e^{i\phi_1} + s_{13}^2 m_3 e^{i\phi_1}| \quad (1.2)$$

$$m_\beta = [c_{13}^2 c_{12}^2 m_1^2 + c_{13}^2 s_{12}^2 m_2^2 + s_{13}^2 m_3^2]^{\frac{1}{2}} \quad (1.3)$$

$$\Sigma = m_1 + m_2 + m_3 \quad (1.4)$$

式中， $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ 和 $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ 是中微子 MNSP 矩阵中的振荡参数， ϕ_1 和 ϕ_2 是 Majorana 相位角，见表 1.6。这三个参数的现状并没有确切的测量值，只是给出了上限，都在 eV 的量级。

另一个不确定的因素是中微子的质量等级。中微子振荡实验现在的实验给出的关于中微子质量平方差的结果 [16] 为： $\Delta m_{21}^2 \sim 7.65 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$ 和 $|\Delta m_{32}^2| \approx |\Delta m_{32}^2| \sim 2.40 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ 。由于无法确定 Δm_{32}^2 或者 Δm_{32}^2 的符号，所以存在两种情况， $m_1 < m_2 < m_3$ 和 $m_3 < m_1 < m_2$ ，它们被称为正质量等级和反质量等级。中微子质量等级测量依赖于 θ_{13} 的大小，由于 θ_{13} 的值很小，所以比较难以测量，T2KK 实验 [17] 和 NOvA 实验 [18, 19] 利用长基线加速器中微子的质量效应有可能确定中微子质量等级，利用精确测量反应堆中微子的能谱方法也有可能确定中微子的质量等级 [20, 21, 22, 23]。

中微子的磁矩

有质量的中微子可以有一个很小的磁偶极矩 [24], $\mu_\nu \sim 3 \times 10^{-20} \mu_B (m_\nu/0.1 \text{ eV})$, 这里 μ_B 表示波尔磁子 (Bohr magneton)。从而中微子可能会有衰败过程, 可以和外部磁场发生相互作用, 并且与电子发生闪射的截面会与标准模型预言的有一个修正。中微子磁矩也可能是“太阳中微子之迷”的一个解释, 因为, 太阳和地球的磁场会使中微子的传播方向发生改变, 从而使地球上探测到的中微子数减少。现在有一些中微子实验, 如 TEXONO 实验 [25], 可以测量中微子与电子的弹性闪射, 根据测量的截面与标准模型预言的偏离来确定中微子磁矩的大小, 由于中微子质量很小, 所以磁矩很小, 实验只是给出了磁矩的上限大概在 $10^{-11} \mu_B$ 量级。

中微子的代数

LEP [2] 和 SLD [3] 通过测量 Z^0 衰变的不可见宽度得到的质量小于 $M_Z/2$ (M_Z 为 Z 轻子质量) 的活跃中微子代数为三。但是有可能存在一种 sterile 中微子, 跟三代参与标准模型弱作用的中微子不一样, 它不参与标准模型的规范相互作用。Sterile 中微子可以用来解释中微子振荡中的中微子丢失的现象, 三代中微子可能振荡变成 sterile 中微子。

LSND 实验 [26] 在探测 $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ 振荡的时候, 数据表明中微子质量平方差为 $\Delta m_{LSND}^2 \sim 1 \text{ eV}$, 比其他两个中微子质量平方差大了两个量级以上, 需要通过一个质量越为 eV 的 sterile 中微子来解释这一观测结果。为了验证这个结果, 建立了 MiniBooNE 中微子实验 [27], 与 LSND 实验有着相似的 L/E_ν , 通过 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ 过程来观测电子中微子的产生。2007 年和 2008 年的观测结果, 在 98% 的置信水平上与 LSND 的结果不一致, 但是 MiniBooNE 实验观测到的低能电子中微子信号偏多, 与预言不一致。如果真的存在 sterile 中微子, 那么它会对以后的一些高精度的中微子实验带来影响, 如 Double-Chooz, Daya Bay, T2K 和 NOvA 实验。

中微子振荡参数的精确测量

中微子之所以会发生振荡, 是因为由弱作用产生的中微子不是质量本征态。对于有质量的中微子, 其味本征态为 ν_e, ν_μ, ν_τ , 质量本征态为 ν_1, ν_2, ν_3 。在弱相互作用下的味本征态 $|\nu_\alpha\rangle$ 可以表示为质量本征态 $|\nu_j\rangle$ 的线性叠加。它们之间的关系可以由类

似夸克的 Cabibo-Kobayashi-Masukawa (CKM) 矩阵来描述。

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_{j=1}^3 U_{\alpha j} |\nu_j\rangle \quad (\alpha = e, \mu, \tau) \quad (1.5)$$

其中 U 是 Maki-Nakagawa-Sakata-Pontecorvo (MNSP) 矩阵。可以 Wolfenstein 参数化写成:

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & C_{23} & S_{23} \\ 0 & -S_{23} & C_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{13} & 0 & \hat{S}_{13}^* \\ 0 & 1 & 0 \\ -\hat{S}_{13} & 0 & C_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_{12} & S_{12} & 0 \\ -S_{12} & C_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\phi_1} \\ e^{i\phi_2} \\ 1 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} C_{12}C_{13} & C_{13}S_{12} & \hat{S}_{13}^* \\ -S_{12}C_{23} - C_{12}\hat{S}_{13}S_{23} & C_{12}C_{23} - S_{12}\hat{S}_{13}S_{23} & C_{13}S_{23} \\ S_{12}S_{23} - C_{12}\hat{S}_{13}C_{23} & -C_{12}S_{23} - S_{12}\hat{S}_{13}C_{23} & C_{13}C_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\phi_1} \\ e^{i\phi_2} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

其中, $C_{jk} = \cos \theta_{jk}$, $S_{jk} = \sin \theta_{jk}$, $\hat{S}_{13} = e^{i\delta_{CP}} \sin \theta_{13}$, ϕ_1 和 ϕ_2 是 Majorana 相位, 与中微子振荡无关。

中微子振荡与六个参数有关: 三个混合角 θ_{12} , θ_{13} , θ_{23} , 两个独立的质量平方差 $\Delta m_{21}^2 \equiv m_2^2 - m_1^2$, $\Delta m_{32}^2 \equiv m_3^2 - m_2^2$, 一个 CP 相位 δ_{CP} 。当前的实验对于这六个还有两个半没有确定, 一个是 δ_{CP} , 一个是 θ_{13} , 还有就是 Δm_{32}^2 的正负号。根据 2008 年的一个 global fit 的结果 [16], 参数的测量值及误差如表 1.1.3 所示,

从表 1.1.3 中可以看到中微子实验在做近似的时候经常用到的两个小量,

$$\frac{\Delta m_{12}^2}{|\Delta m_{32}^2|} \sim 10^{-2}; \\ \sin^2 \theta_{13} \sim 10^{-2}. \quad (1.7)$$

这两个小量导致中微子质量等级和 θ_{13} 值的测量很困难。跟夸克混合矩阵相比, 中微子非对角元素值很大, 属于大角度混合, 混合参数测量的误差也比较大。其中最重要的是 θ_{13} 的测量, θ_{13} 的值很小, 目前实验还无法确定它是不是大于零。因为 θ_{13} 很小, 那么 CP 相位角 δ_{CP} 就很难测量, 因为从混合矩阵看, δ_{CP} 和 θ_{13} 处在同一个矩阵元素

混合参数	最佳拟合值	1σ 范围	2σ 范围	3σ 范围
$\Delta m_{21}^2 [10^{-5} \text{eV}^2]$	7.65	7.45-7.88	7.25-8.11	7.05-8.34
$ \Delta m_{32}^2 [10^{-3} \text{eV}^2]$	2.40	2.29-2.52	2.18-2.64	2.07-2.75
$\sin^2 \theta_{12}$	0.304	0.288-0.326	0.27-0.35	0.25-0.37
$\sin^2 \theta_{23}$	0.50	0.44-0.57	0.39-0.63	0.36-0.67
$\sin^2 \theta_{13}$	0.01	≤ 0.026	≤ 0.040	≤ 0.056

表 1.1: 2008 年的中微子混合参数 global fit 的结果

中。如果 θ_{13} 为零，那么 δ_{CP} 也无法测量，也就没有 CP 破坏，三代中微子变成两代中微子的混合。所以中微子振荡实验最紧迫的任务是确定 θ_{13} 是不是大于零。

1.2 中微子振荡理论与实验

1.2.1 中微子振荡理论

中微子质量本征态 $|\nu_i\rangle$ 随时间的演化遵守 *Schrödinger* 方程。在 ν_i 静止的坐标系中，设时间为 τ_i ，对应的中微子质量为 m_i ，得到关系：

$$|\nu_i(\tau_i)\rangle = e^{-im_i\tau_i} |\nu_i(0)\rangle \quad (1.8)$$

在实验室坐标系中，对应的时间为 t ，中微子运动的距离为 L ，根据 Lorentz 不变性，有以下关系成立：

$$e^{-im_i\tau_i} = e^{-i(E_it - P_iL)} \quad (1.9)$$

式中， E_i 和 P_i 是指在实验室坐标系中中微子的能量和动量。由于中微子是极端相对论性粒子，满足关系： $t \approx L$ 。中微子 ν_α 产生时的动量为 P ，可以认为不同质量本征态的中微子均具有这个动量值；另外，可以假设中微子的质量相对于它们的能量来说很小，下面的关系成立：

$$E_i = \sqrt{p^2 + m_i^2} \approx P + \frac{m_i^2}{2P} \quad (1.10)$$

方程 1.8 在实验室坐标系中的对应形式就变成:

$$| \nu_i(\tau_i) \rangle \approx e^{-i \frac{m_i^2}{2E} L} | \nu_i(0) \rangle \quad (1.11)$$

$E \approx P$, 定义为不同质量本征态中微子的平均能量, 推导出方程 1.12

$$| \nu_\alpha(L) \rangle \approx \sum_\beta \sum_i U_{\alpha i}^* e^{-i m_i^2 \frac{L}{2E}} U_{\beta i} | \nu_\beta \rangle \quad (1.12)$$

其中矩阵 U 的定义见方程 1.6。方程 1.12 描述了经过距离 L 后中微子味道量子数的混合。根据量子物理学的基本原理, $|\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(L) \rangle|^2$ 表示经过距离 L 后, 中微子 ν_α 变成 ν_β 的几率, 方程 1.13 列出了这个几率的数学表达式[28]。

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) &= \delta_{\alpha\beta} \\ &- 4 \sum_{i>j} \text{Re}(U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*) \sin^2 \left[1.27 \Delta m_{ij}^2 \left(\frac{L}{E} \right) \right] \\ &+ 2 \sum_{i>j} \text{Im}(U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^*) \sin \left[2.54 \Delta m_{ij}^2 \left(\frac{L}{E} \right) \right] \end{aligned} \quad (1.13)$$

式中, $\Delta m_{ij}^2 \equiv m_i^2 - m_j^2$, 单位是 eV^2 , L 的单位是 km , E 的单位是 GeV , 常数 1.27 来自于单位制的换算。

如果 CPT 变换守恒, 对于中微子振荡, 存在以下关系:

$$P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta) = P(\nu_\beta \rightarrow \nu_\alpha) \quad (1.14)$$

另一方面, 从方程 1.13 中得到:

$$P(\nu_\beta \rightarrow \nu_\alpha, U) = P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta, U^*) \quad (1.15)$$

如果 CPT 变换守恒, 中微子振荡将遵守变换关系 1.16。

$$P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta, U) = P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta, U^*) \quad (1.16)$$

这个关系说明, 在混合矩阵 U 取其复共轭后, 反中微子的振荡几率与中微子的振荡几率相等。如果混合矩阵 U 的矩阵元不是实型的, 公式 1.13 中的最后一项将在取复共轭后有不同的符号, 反中微子和中微子的振荡几率不相等。由此, 如果 CPT 变换守恒, 以上这些振荡几率间的差别将意味着 CP 变换的不守恒 [?]

从关系 1.7 看出，描述中微子振荡的两个中微子质量平方差参数约相差两个数量级。结合公式 1.13，当中微子振荡实验的 L/E 满足关系：

$$\frac{\Delta m^2 L}{E} = o(1) \quad (1.17)$$

时，三代中微子振荡近似变成两种中微子间的味道混合。在方程 ?? 所示的 MNSP 矩阵参数化条件下，公式 1.13 近似变成如下形式：

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \sin^2 2\theta \sin^2[1.27\Delta m^2 L/E] \quad (1.18)$$

当 $\beta \neq \alpha$ 时，和

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha) = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2[1.27\Delta m^2 L/E] \quad (1.19)$$

方程 1.18 描述中微子的产生（appearance）几率，方程 1.19 描述中微子的消失（disappearance）几率，它们是实验中经常用到的两个公式。

根据不同振荡参数的测量方法， Δm_{21}^2 和 θ_{12} 被称为太阳中微子振荡参数，记为 Δm_{sol}^2 和 θ_{sol} ； Δm_{32}^2 和 θ_{23} 被称为大气中微子振荡参数，记为 Δm_{atm}^2 和 θ_{atm} 。

1.2.2 中微子源

由于中微子与物质相互作用截面很小，中微子实验希望有强中微子源来提高统计量。我们在地球上能观测到的中微子源包括：太阳中微子，大气中微子，反应堆中微子和加速器中微子。

在几个 MeV 能量范围内有两个较强的中微子源可供低能相互作用的研究。一个是太阳内核聚变产生的纯 ν_e 中微子源，图 1.3 为太阳中微子能谱 [29]。另一个是反应堆裂变产生纯 $\bar{\nu}_e$ 中微子，反应过程为核燃料同位素的 β 衰变。图 1.4 为反应堆中微子能谱 [30]，能量峰值一般在 $3 \sim 7$ MeV。

目前，较高能量中微子实验的研究对象是在大气或加速器中产生的中微子，主要是介子衰变的产物。大气中微子是宇宙射线在穿越大气层时沿穿越路径发生强子簇射，簇射中的介子衰变产生中微子。而加速器的传统中微子束流是通过质子轰击铍靶或碳靶产生的次级介子的衰变得到的。带电介子在一个电磁装置中偏转聚焦，通过磁场方向的调节选择介子的电荷从而选择束流为中微子还是反中微子。一般实验的束线都有一个长的介子衰变管道，且后面跟有屏蔽装置或探测器来去除非信号除中微子外的其它粒子。大气

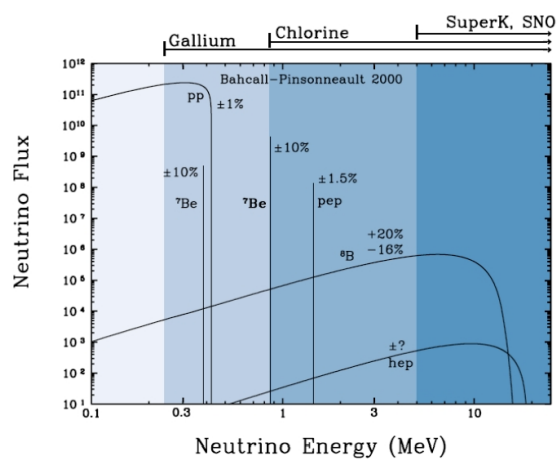


图 1.3: 太阳标准模型预计的中微子通量。

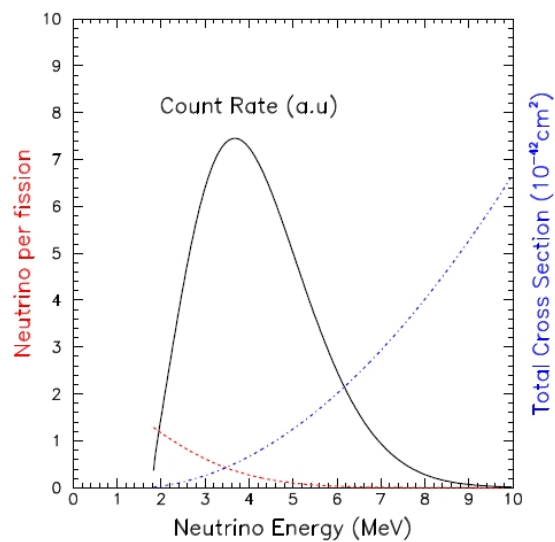


图 1.4: 反应堆中微子能谱。虚线（红色）为反应堆放出的反电子中微子能谱，点划线（蓝色）为反 β 衰变的反应截面，实线（黑色）为中微子探测器观测到的反电子中微子能谱。

中微子和加速器中微子束流的能量范围在 100 MeV-10 GeV。大气中微子的流强随能量指数下降，主要集中在 1-10 GeV 范围。加速器束流的能量可调，最高可到 500 GeV。虽然从统计的角度来看，能量越高中微子反应截面越大，但目前加速器中微子实验选择的能量范围在 1 ~ 10 GeV。这是因为此范围内事例多重度低，可以清楚地鉴别轻子。1 GeV束流保证相互作用事例主要是带电流准弹性散射（CCQE）和单个 π^0 产生。

正在研究中的中微子源包括 Beta Beam 和中微子工厂 Neutrino Factory [31]。

同位素加速的加速器技术，用 β 衰变束产生非常纯净的 ν_e 或 $\bar{\nu}_e$ 束流。

1.2.3 中微子的探测方法

历史上的中微子实验，所使用的探测方法依不同的探测原理而不同。按照中微子和探测器不同的相互作用，主要有以下几种：

中微子与质子的反 β 衰变

中微子质子的反 β 衰变，反应方程式 1.20 显示了这个过程。

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n \quad (1.20)$$

反 β 衰变的能量阈值为：

$$E_{\bar{\nu}_e}^{thr} = \frac{(M_n + m_e)^2 - M_p^2}{2M_p} = 1.806 \text{ MeV} \quad (1.21)$$

可观测到的能量为：

$$E_{vis} \approx E_{\bar{\nu}_e} - 0.8 \text{ MeV} \quad (1.22)$$

探测末态 e^+ 和 n 信号及其时间关联是这一原理的实现过程。Reines 和 Cowan 的实验组 [32]，以及 CHOOZ 实验 [33]，Palo Verde 实验 [34] 和大亚湾实验 [30] 都是利用这一原理方法。

中微子与物质的散射

中微子与物质中的电子、核子发生散射，反应原理可以用以下反应方程式表示 [29]：

$$\nu_x + e^- \rightarrow \nu_x + e^- \quad (1.23)$$

$$\nu_e + d \rightarrow e^- + p + p \quad (1.24)$$

$$\nu_x + d \rightarrow \nu_x + p + n \quad (1.25)$$

Super-K 实验 [9] 探测中微子的原理是反应 1.23，即中微子与探测器物质中电子的弹性散射。探测方法是使用光电倍增管收集带电粒子在水中产生的契仑柯夫光。三种中微子均可以与电子发生散射： $x = e, \mu, \tau$ 。不过， ν_μ 和 ν_τ 与电子散射的截面小于 ν_e 与电子的散射截面，它们的关系可以表示为： $\sigma(\nu_{\mu,\tau}e) \approx 0.16\sigma(\nu_e e)$ 。SNO 太阳中微子实验 [8] 使用 1000 吨纯净重水作为探测中微子的靶，以上的三个反应 1.23 1.24 1.25 都是 SNO 实验探测中微子的主要反应过程，探测方法与 Super-K 实验相似。反应 1.24 被称为带电流反应，只适合电子中微子的探测，反应 1.25 是中性流反应，适合于所有的中微子： $x = e, \mu, \tau$ 。带电流反应中电子的能量与电子中微子的能量有很强的关联，可以给出精确的电子中微子能谱。中性流反应的能量阈值为 2.2 MeV。在重水中，中性流反应信号是中子在氘上的俘获产生 6.25 MeV 的伽玛光子信号。

辐射化学技术

辐射化学技术探测电子中微子的原理可以使用下面两个反应过程来表示：

$$\nu_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow e^- + {}^{37}\text{Ar} \quad (E_\nu > 814 \text{ keV}) \quad (1.26)$$

$$\nu_e + {}^{71}\text{Ga} \rightarrow e^- + {}^{71}\text{Ge} \quad (E_\nu > 233 \text{ keV}) \quad (1.27)$$

基于以上两个反应方程式的实验可以测量太阳中微子。实验中使用含有 ${}^{37}\text{Cl}$ 的物质（Homestake 实验 [35]）或者 ${}^{71}\text{Ar}$ 的物质（GALLEX 实验 [36] 和 SAGE 实验 [37]）作为探测中微子的靶，通过辐射化学技术测量反应生成的另一种元素原子的含量，就可以确定发生反应的中微子个数。前一个反应的能量阈为 0.8 MeV，参考文章 [35] 中指出 ${}^{37}\text{Cl}$ 对能量大于 5.8 MeV 的电子中微子敏感；而后一个反应的能量阈是 0.2 MeV，可以探测更低能量的太阳中微子。

1.2.4 太阳中微子振荡参数测量

太阳中微子振荡参数包括混合角 θ_{12} 和质量平方差 Δm_{21}^2 ，有两种类型的实验测量这两个参数：太阳中微子实验和中等基线反应堆中微子实验。

太阳中微子实验

由于太阳内部具有较高的物质密度，在太阳中心产生的较高能量的电子中微子在传播到太阳表面时几乎成为了纯的 ν_2 本征态。在地球上看到的电子中微子存活的几率为 $\sin^2 \theta_{12}$ ：

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = \begin{cases} \sin^2 \theta_{12} & E_\nu > \sim 5 \text{ MeV} \\ 1 - \frac{1}{2} \sin^2 \theta_{12} & E_\nu < \sim 2 \text{ MeV} \end{cases} \quad (1.28)$$

这个振荡概率导致了历史上的“太阳中微子丢失”之谜，最早的 Homestake 实验 [35]，GALLEX 实验 [36] 和 SAGE 实验 [37] 运用辐射化学技术，用含有 ^{37}Cl 或 ^{71}Ar 的物质作为靶探测器测量到了太阳中微子数比标准模型预言的要少。SNO 太阳中微子实验 [8] 使用 1000 吨纯净重水作为探测中微子的靶利用方程 1.23, 1.24 和 1.24 所示的过程比较精确的测量了电子中微子的同量，和 μ 子 τ 子中微子通量之和，证明了太阳电子中微子转变成了 μ 子和 τ 子中微子，解决了太阳中微子之谜。

利用契伦柯夫光来测量中微子的实验（SNO, Super-K）需要中微子反应产生的次级带电粒子的能量达到一定阈值，因此只能测到能量比较高的太阳中微子，从太阳中微子能谱图 1.3 来看，通常测量的是 ^8B 中微子。Borexino 实验 [38] 首次运用大型液体闪烁体探测器测量太阳中微子，能量阈值低至 50 keV，可以测量太阳中微子中的丰富的 ^7Be 中微子。为了去除低能区域大量的天然放射性本底，实验采用了超纯的液闪，和其他极低本底的材料来制造探测器，另一方面采用了先进的主动和被动本底屏蔽技术。由于探测器靶质量只有 ~ 290 吨，2007 年开始取数，现在采集的数据量还不够给出更精确地中微子参数测量结果。

中等基线反应堆中微子实验

对于反应堆产生的反电子中微子，其存活几率公式为：

$$\begin{aligned} P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) = 1 & - \cos^4(\theta_{13}) \sin^2(2\theta_{12}) \sin^2(\Delta_{21}) \\ & - \cos^2(\theta_{12}) \sin^2(2\theta_{13}) \sin^2(\Delta_{31}) \\ & - \sin^2(\theta_{12}) \sin^2(2\theta_{13}) \sin^2(\Delta_{32}) \end{aligned} \quad (1.29)$$

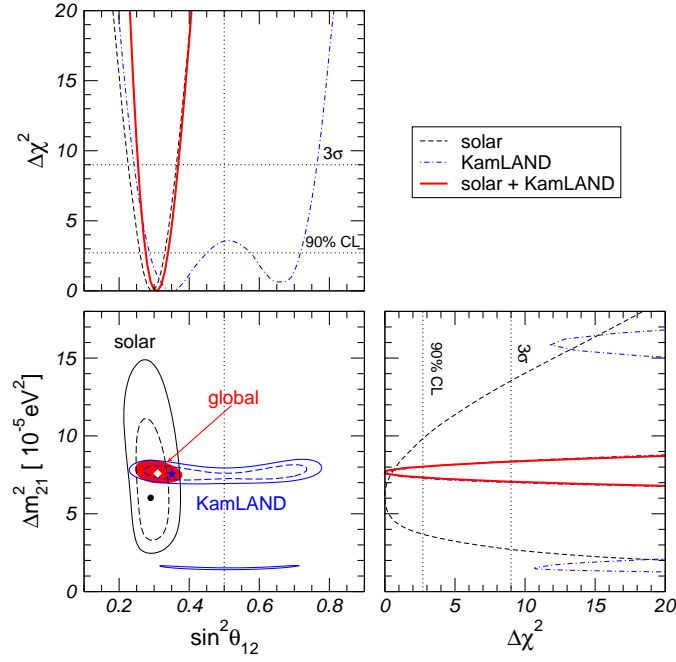


图 1.5: 太阳中微子参数 θ_{12} 和 Δm_{12}^2 的 global fit 结果，实线和虚线分别表示 99.73% CL 和 99.73% CL 区域。圆点，五星号和菱形分别代表太阳中微子实验，KamLAND 实验和整体拟合的最优值。

式中， $\Delta_{ij} = 1.27\Delta m_{ij}^2 L/E$ ($i, j = 1, 2, 3$)，中微子质量平方差 Δm_{ij}^2 ，基线 L 和中微子能量 E 的单位分别是 eV^2 ，km 和 MeV。由于 $\theta_{13} \sim 0$ ，所以公式 1.30 可以近似为：

$$P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) \simeq 1 - \sin^2(2\theta_{12}) \sin^2(1.27\Delta m_{21}^2 L/E) \quad (1.30)$$

根据反应堆中微子能谱图 1.4，可以算得当基线长度 $L \sim 60$ km（中等基线）的时候， $1.27\Delta m_{21}^2 L/E \sim \pi/2$ ，振荡几率达到最大。测量得到太阳中微子振荡参数 θ_{12} 和 Δm_{21}^2 的精确度比较高，但是世界上目前还没有基线长度在 60 km 附近的反应堆实验。日本的 KamLAND 实验 [11] 用 1000 吨的液体闪烁体作为靶，探测来自日本的所有反应堆中微子，其平均基线长度为 180 km，并不是最优基线长度，所以对 θ_{12} 的测量结果不太精确。

结合太阳中微子实验和反应堆中微子 KamLAND 实验的 2008 年发表的数据结果，得出了太阳中微子振荡参数 θ_{12} 和 Δm_{12}^2 的 global fit 结果 [16]，如图 1.5 所示。

1.2.5 大气中微子振荡参数测量

大气中微子振荡参数包括混合角 θ_{23} 和质量平方差 Δm_{32}^2 ，有两种类型的实验测量这两个参数：大气中微子实验和加速器中微子实验。通过测量 μ 中微子振荡的存活几率可以确定大气中微子振荡参数，存活几率公式为：

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu) \simeq 1 - \sin^2 2\theta_{23} \sin^2(1.27\Delta m_{32}^2 L/E_\nu) \quad (1.31)$$

for $L(\text{km})$, $E_\nu(\text{GeV})$, $m(\text{eV})$

公式忽略了跟 θ_{13} 有关的微小振荡，一般大气中微子或加速器中微子能量大概在 GeV 量级，要达到振荡最大 ($1.27\Delta m_{32}^2 L/E_\nu \simeq \pi/2$)，基线选定在 100 km 量级。

大气中微子实验

由于大气中微子能量相比太阳中微子能量大很多，大体积的水契伦柯夫是探测大气中微子的优秀探测器，而且可以利用中微子产生的电子和 μ 子在水中不同的径迹特点造成的不同的契伦柯夫光环来鉴别进入探测器的是电子中微子还是 μ 中微子。

日本的 Super-K 探测器 [9] 在 1998 年发表实验结果，表面探测到的 μ 中微子数比预测中的无振荡中微子数目要少，而电子中微子数目跟预测的一致。除此之外，Super-K 还测量到中微子数目与入射天顶角的关系，因为入射天顶角跟基线有关，测量数据显示的中微子数目跟基线长度关系跟公式 1.31 一致。

加速器中微子实验

日本的 K2K 实验 [10] 用 KEK 实验室的 12 GeV 质子打靶产生很纯净的 μ 中微子，打到 120 km 远的 Super-K 探测器，证实了 μ 中微子的振荡现象，跟公式 1.31 的预测结果一致。另一方面，实验结果得到了中微子振荡概率跟加速器产生的中微子能量分别的依赖关系也跟公式 1.31 一致。

美国的 MINOS 实验 [39] 利用费米实验室 120 GeV 质子产生的 μ 中微子进一步研究了加速器中微子振荡现象，探测器位于 735 km 远的一个矿井中，探测器是由很多快互相间隔的铁板和闪烁体板构成的，质量 5.4 千吨。虽然中微子源的能量，基线和探测器构造与 K2K 实验不一致，但是最终结果与 K2K 的结果基本一致，测量得到的大气中微子振荡参数的精确度更高。

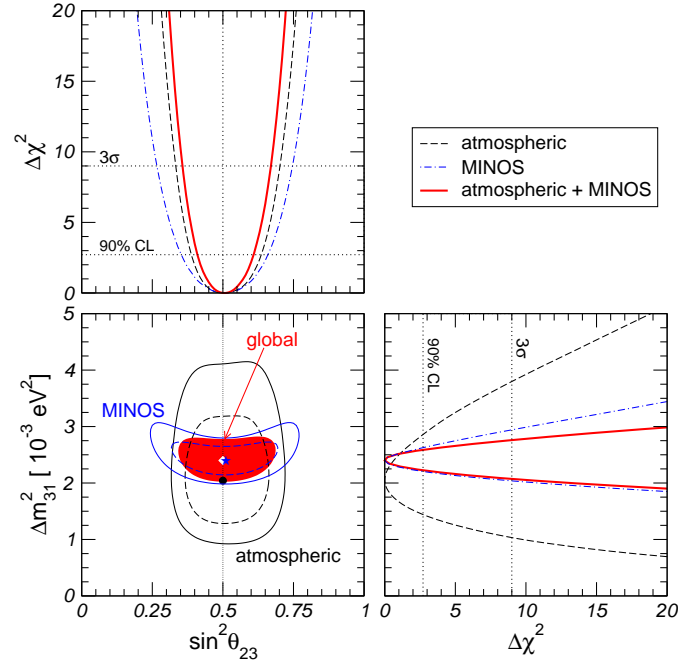


图 1.6: 大气中微子参数 θ_{23} 和 Δm_{32}^2 的 global fit 结果，实线和虚线分别表示 99.73% CL 和 99.73% CL 区域。圆点，五星号和菱形分别代表大气中微子实验，MINOS 实验和整体拟合的最优值。

结合大气中微子实验和加速器中微子 MINOS 实验的 2008 年发表的结果 [39]，得出了大气中微子振荡参数 θ_{23} 和 Δm_{32}^2 的 global fit 结果 [16]，如图 1.8 所示。

1.2.6 混合角 θ_{13} 测量

与大气中微子振荡和太阳中微子振荡相比，混合角 θ_{13} 引起的振荡属于次级振荡，振荡幅度小一个量级。到现在为止 θ_{13} 引起的振荡还未被实验观测到。要观测到 θ_{13} 引起的振荡需要较多的事例数以减小统计误差，和较小的探测器系统误差。 θ_{13} 有两种测量方式：短基线反应堆中微子实验和加速器中微子实验。

短基线反应堆中微子实验

通过观测反应堆产生的反电子中微子的存活几率可以得到 θ_{13} 的信息。基线一般在 1 km 到 2 km 之间，这时候有 $1.27\Delta m_{21}^2 L/E \sim 0$ ，利用近似关系 $\Delta m_{32}^2 \sim \Delta m_{31}^2$ ，公式

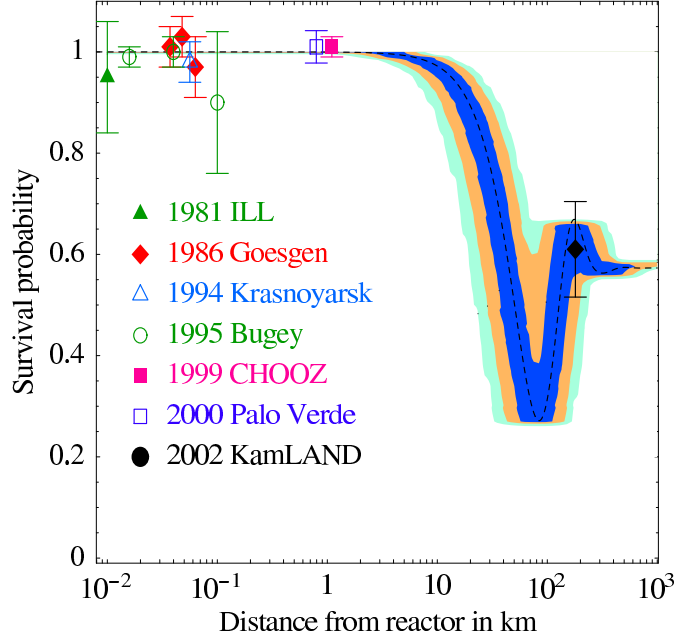


图 1.7: 历史上的反应堆中微子实验

1.29 可以变成:

$$P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) \simeq 1 - \sin^2(2\theta_{13}) \sin^2(1.27\Delta m_{32}^2 L/E) \quad (1.32)$$

因此，在最优化的基线情况下 $1.27\Delta m_{32}^2 L/E \sim \pi/2$ ，存活几率可以近似为 $P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) \approx 1 - \sin^2(2\theta_{13})$ 。然而，反应堆中微子能量满足一定能谱图 1.4，找不到一个绝对优化的基线让 $1.27\Delta m_{32}^2 L/E = \pi/2$ ，所以 $P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) < 1 - \sin^2(2\theta_{13})$ 。图 1.7 显示了几十年来反应堆中微子实验探测结果，其中 KamLAND 实验基线较长，测量出的是 θ_{12} 引起的振荡，其他实验由于探测器质量不够大（最重的 Palo Verde 实验也才 10 吨），或者探测器系统误差太大，或者基线不够长（ < 1 km），都没有测量到 θ_{13} 引起的振荡。CHOOZ 实验 [33] 给出了最好的结果为 $\sin^2(2\theta_{13}) < 0.17$ 。

最近几年，有几个反应堆中微子实验在计划建设中，包括 Double CHOOZ 实验 [40] 和大亚湾实验 [30]。利用一些新的测量方法，计划测量 $\sin^2(2\theta_{13})$ 的灵敏度达到 0.01。

加速器中微子实验

第二种测量 θ_{13} 的方法是长基线的加速器中微子实验观测振荡 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ ，基线长度满足 $1.27\Delta m_{32}^2 L/E \simeq \pi/2$ 。振荡概率公式为：

$$\begin{aligned}
P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) = & 4C_{13}^2 S_{13}^2 S_{23}^2 \sin^2 \Delta_{31} \\
& + 8C_{13}^2 S_{12} S_{13} S_{23} (C_{12} C_{23} \cos \delta - S_{12} S_{13} S_{23}) \cos \Delta_{32} \cdot \sin \Delta_{31} \cdot \sin \Delta_{21} \\
& - 8C_{13}^2 C_{12} C_{23} S_{12} S_{13} S_{23} \sin \delta \sin \Delta_{32} \cdot \sin \Delta_{31} \cdot \sin \Delta_{21} \\
& + 4S_{12}^2 C_{13}^2 (C_{12}^2 C_{23}^2 + S_{12}^2 S_{23}^2 S_{13}^2 - 2C_{12} C_{23} S_{12} S_{23} S_{13} \cos \delta) \sin^2 \Delta_{21} \\
& - 8C_{13}^2 S_{13}^2 S_{23}^2 (1 - 2S_{13}^2) \frac{aL}{4E_\nu} \cos \Delta_{32} \sin \Delta_{31}, \tag{1.33}
\end{aligned}$$

式中， S_{ij} 和 C_{ij} 是中微子混合矩阵 1.6 中的混合角的正弦和余弦， δ 是 CP 相位角。由于基线长度满足 $1.27\Delta m_{21}^2 L/E \simeq \pi/2$ ，公式第一项具有最大贡献，第二项的 $\cos \delta$ 表示这项 CP 守恒，第三项的 $\sin \delta$ 表示这项 CP 破缺，第四项是跟太阳中微子振荡参数有关的，被因子 $\sin(1.27\Delta m_{21}^2 L/E)$ 压低，第五项是跟物质效应有关的项，因子 a 表示了物质效应的大小，

$$a = 2\sqrt{2}G_F n_e E_\nu = 7.6 \times 10^{-5} \rho [\text{g/cm}^3] E_\nu [\text{GeV}] \quad [\text{eV}^2], \tag{1.34}$$

式中， G_F 是费米常数， n_e 是电子的密度， ρ 是中微子穿过的物质密度。

如果加速器挑选的粒子是反粒子，那么可以产生反 μ 中微子束流，能够测量振荡概率 $P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e)$ ，即把振荡概率 $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)$ 中的 δ 和 a 改变符号， $\delta \rightarrow -\delta$ ， $a \rightarrow -a$ ，因此可以有如下两个公式：

$$A_{CP} = \frac{P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) - P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e)}{P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) + P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e)} \simeq \frac{\Delta m_{12}^2 L}{4E_\nu} \cdot \frac{\sin 2\theta_{12}}{\sin \theta_{13}} \cdot \sin \delta \tag{1.35}$$

$$A_{MH} = P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e) - P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) = 16C_{13}^2 S_{13}^2 S_{23}^2 (1 - 2S_{13}^2) \frac{aL}{4E_\nu} \cos \Delta_{32} \sin \Delta_{31} \tag{1.36}$$

根据公式 1.35，加速器中微子实验可以测量 CP 相角 δ ，但是首先必须测量到 θ_{13} 的值。公式 1.36 中，对于正质量等级， $\Delta_{31} > 0$ ，从而 $A_{MH} > 0$ ，对于反质量等级，则有 $A_{MH} < 0$ 。因此，可以通过测量 A_{MH} 来确定质量等级，但是也必须首先测量到 θ_{13} 的值，如果 $\theta_{13} = 0$ 或者太小，质量等级将很难确定。

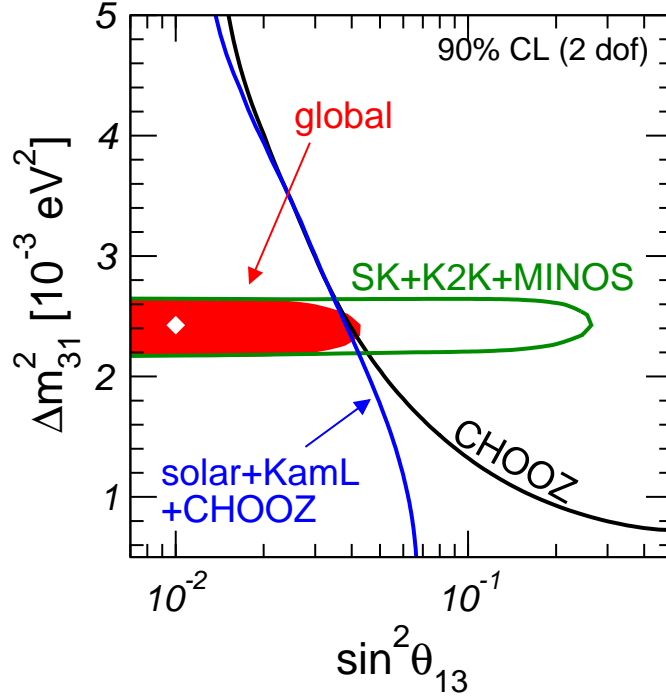


图 1.8: 不同实验以及它们的组合给出的 θ_{13} 90% 的置信范围拟合结果，菱形为最佳拟合值。

从公式 1.33 可以看出，用加速器实验来测量振荡概率 $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_e)$ ，不仅跟 θ_{13} 有关，还跟未知的 CP 相角和质量等级有关。好的方面在于，除了能测量 θ_{13} 之外，还可以提供关于 CP 相角和质量等级的有关信息，不利的方面在于，由于受到 CP 相角和质量等级的影响， θ_{13} 测量的灵敏度会降低。与此相反的是，从公式 1.32 看出，用反应堆来测量 θ_{13} ，完全不受 CP 相角和质量等级的影响，唯一有影响的振荡参数 $|\Delta m^2_{32}|$ 的测量精度已经达到了 5%。

结合反应堆中微子实验和加速器中微子实验的结果，得出了 θ_{13} 的最佳拟合范围 [16]，最主要的贡献来自于 CHOOZ 实验，如图 1.8 所示。

1.3 论文研究的意义和结构

1.3.1 论文研究的意义

1.3.2 论文的内容结构

第二章 大亚湾反应堆中微子实验

本章介绍大亚湾中微子实验，主要内容包括：实验的物理目标和意义，实验总体规划，探测器设计，包括中心探测器和反符合探测器的设计，实验误差及预期结果。本章的主要内容要源于大亚湾实验的设计报告 [30]。

2.1 实验的物理目标和意义

大亚湾反应堆中微子实验计划用大亚湾核电站产生的中微子精确测量 $\sin^2 2\theta_{13}$ ，实验的物理目标是测量 $\sin^2 2\theta_{13}$ 的灵敏度到 0.01 或更小。为完成这个目标，必须同时压低统计误差和系统误差并严格控制实验本底。灵敏度达到 0.01（90%的置信区间），对于单参数（ $\sin^2 2\theta_{13}$ ），意味着测量的误差要达到 0.0061，大亚湾实验精确测量 $\sin^2 2\theta_{13}$ ，无论从理论还是实验上来说，都有着重要的物理意义：

1. 作为中微子振荡理论的六个最基本的参数之一，其数值大小决定了未来中微子物理的发展方向。它的大小直接决定了中微子振荡中的 CP 破坏程度。后者是目前最有希望解释宇宙中物质-反物质不对称现象（leptogenesis）机制。如果它的值在 0.01-0.03 左右，则中微子的 CP 相角可以测量，宇宙中的物质-反物质的不对称可能得以解释。如果它太小，则中微子的 CP 相角很难测量。
2. $\sin^2 2\theta_{13}$ 接近或等于零也预示着新物理或一种新的对称性的存在。因此不论是测得 $\sin^2 2\theta_{13}$ 或只给出其上限值，均有极为重要的意义。
3. 它与基本粒子物理的大统一理论有关。他是轻子味混合的六个基本物理参数中的两个半未知参数之一，测量它的大小有助于了解轻子味混合和夸克味混合之间的

关系。如果 θ_{13} 不是太小，那么有可能在 10^{16} GeV 能标下实现大统一。

4. 中微子振荡是第一个，也是唯一一个超出目前粒子物理标准模型的物理现象。影响标准中微子混合与振荡的新物理效应很有可能比 θ_{13} 引起的次级效应要小。因此精确测量它的值将使我们能够寻找与鉴别新物理。

2.2 大亚湾实验总体规划

2.2.1 实验总体设计方案

为了测量 θ_{13} 的灵敏度达到 0.01，相比 CHOOZ 实验给出的 0.17 的灵敏度，大亚湾灵敏度提高了一个量级以上，需要不同于过去的反应堆中微子实验的实验设计。在总结以前的三个反应堆中微子实验 CHOOZ、Palo Verde 和 KamLAND 经验的基础上，形成了自己的设计方案。大亚湾实验提高实验精度，在实验成本允许的情况下，努力做到：提高统计量以减小统计误差，减小探测器系统误差，严格控制实验本底，具体体现在实验设计上有以下几点：

1. 实验选址在大亚湾核电站附近，大亚湾核电站在 2010 年岭澳工程完工后，将成为世界上第二大的核电站。探测器靶质量有 80 吨，能够探测到足够的中微子事例，每天事例数约为 350 个，三年实验时间，统计误差将小于 0.2%。
2. 探测器放置与大亚湾核电站附近的山体内，兼顾基线优化和岩石覆盖厚度。选取合适的基线长度，使来自于各反应堆核的中微子基本达到振荡极大。由于宇宙线、天然放射性等对低能量、低事例率的中微子实验造成的本底非常复杂，对本底的估计缺乏有效手段。足够的岩石覆盖层能大大减小宇宙学本底的影响，提高了实验的精度与可靠程度。目前国际上的反应堆中微子实验的核电站附近都没有足够的岩石覆盖，这是大亚湾的一个重要的地形优势。
3. 利用远点和近点探测器做相对测量。除了在最优化基线处放置远端探测器外，在大亚湾两个反应堆核和岭澳四个反应堆核附近分别放近点探测器，做中微子能谱的相对测量。这样可以抵消反应堆中微子能谱不确定性（2%）导致的误差。
4. 探测器采用三层结构。最里层是掺钆的液闪作为中微子的靶。将靶包在最里层，

靶材料的总量可以定义的很好，这样不需要用事例顶点来做判选。如果用拟合而来的事例顶点来判选事例，判选效率难以精确估计，CHOOZ 与 KamLAND 的经验证明这将带来较大误差。中间层是集能层（Gamma Catcher），由普通液闪构成，用来收集 γ 光子的能量沉积，提高探测效率，同时减小探测效率的误差。最外层为矿物油作为防护层。矿物油用来减少来自材料的天然放射性本底，特别来自光电倍增管（PMT）玻璃的放射性本底，可以把探测器的最低能量阈值降到正电子谱的阈值以下，使正电子探测效率误差降低到可以忽略。

5. 采用多模块探测器。远点的 80 吨靶做出四个探测器模块，每个模块 20 吨靶质量，两个近代每个都有两个探测器模块。多探测器模块可以使探测器的非关联误差统计性的降低。同时一个实验点的模块之间可以相互验证，及早发现问题，提高实验可靠性。
6. 探测器模块的全同性。为保证探测器模块的全同性以利于在做远近点相对测量是抵消探测器系统误差，远近点的一对探测器模块使用同一批次生产的液闪。如果需要还可以移动探测器模块，调换远点和近点的探测器模块，可以抵消探测器间的微小差异产生的误差。
7. 圆柱形探测器模块上下端贴反射膜，一方面提高了 PMT 的探测光信号的有效接受角度，另一方面不用放置 PMT 而节省了大量资金，在有限个 PMT 的情况下提高了能量精度，减小能量判选带来的误差。
8. 使用足够的屏蔽降低本底。使用阻性板室（RPC）和水契伦柯夫探测两种独立的 μ 子反符合探测器，使对宇宙线的探测效率达到 99.5% 以上。同时将两米厚的纯水防护层放在 RPC 内以有效隔绝在岩石中产生的中子以及天然放射性本底。宇宙线在水中或探测器模块中产生的中子则由于被 μ 子标记，可以通过时间关联去除。

2.2.2 实验布局和基线选取

大亚湾核电站位于南中国的广东大鹏半岛。反应堆建在海滨，背倚高山，半岛的最高处距离核电站约 3 公里、海拔 707 米。目前核电站正在运行的反应堆有四个，大亚湾和岭澳两处各两个，总功率 11.6 GW。正在建设中的岭澳二期的两个反应堆功率为 5.8 GW，预计到 2010 年投入运行。到那时，大亚湾将称为世界第二大核电站。从实验

的角度看，大亚湾核电站的功率和周围的山体覆盖为反应堆中微子实验提供了得天独厚的条件。根据上一章中的反应堆中微子振荡理论，存活几率公式可以写成：

$$\begin{aligned} P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) &= 1 - P_{13} - P_{12} \\ &\simeq 1 - \sin^2 2\theta_{12} \sin^2 \frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E_\nu} - \sin^2 2\theta_{13} \sin^2 \frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E_\nu} \end{aligned} \quad (2.1)$$

在基线长度 $L \simeq 2 \text{ km}$ 的时候， P_{13} 占主导地位，在基线长度 $L \simeq 60 \text{ km}$ 的时候， P_{12} 占主导地位
主导地位
右，这时
亚湾近

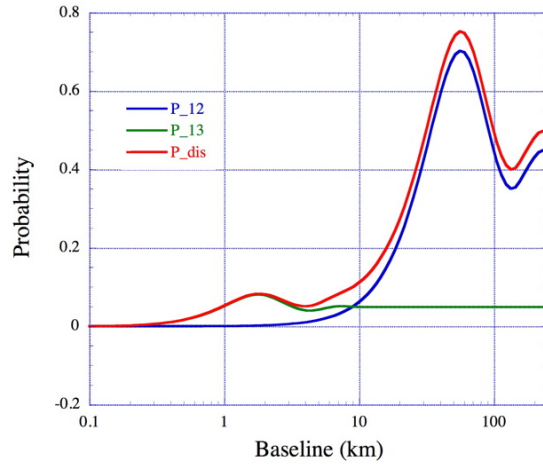


图 2.1: 反应堆反电子中微子的消失几率随基线长度的变化关系。图中第一个振荡峰由 2.1 式中 P_{13} 项引起，第二个振荡峰由 P_{12} 项引起。

代需要尽量靠近反应堆，以更好的测量未振荡的反应堆中微子能谱，远点测量振荡后的中微子能谱做相对测量。图 2.2 显示了两个近点和远点与反应堆的相对位置。在基线安排上综合考虑了如下几点：1) 尽量让远点在最优基线处，提高 P_{13} 振荡幅度；2) 实验点有足够的岩石覆盖，以减小宇宙线引起的本底；3) 远近点合理摆放，尽量抵消来自反应堆中微子能谱不确定性的误差。表 2.1 列出了在当前选点情况下，实验点基线长度、事例率和信噪比。

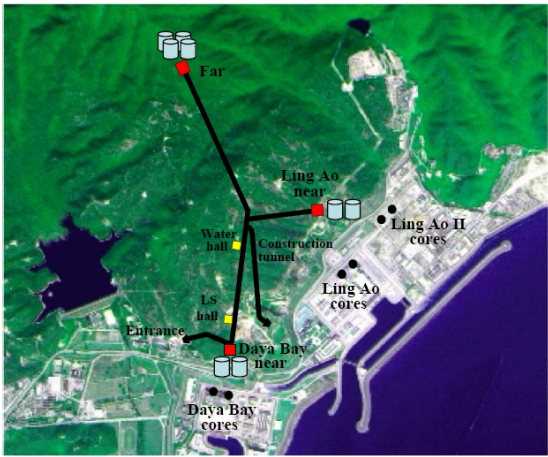


图 2.2: 大亚湾实验布局。近远点探测器放置在山腹中的实验厅内，由水平隧道相连。

表 2.1: 各实验点的中微子探测器模块的事例数和信噪比

	大亚湾近点	岭澳近点	远点
基线长度	363m	距岭澳反应堆481m 距岭澳-II反应堆526m	距大亚湾反应堆1985m 距岭澳反应堆群1615m
岩石覆盖 (m)	98	112	350
天然放射性 (Hz)	< 50	< 50	< 50
μ 子计数率 (Hz)	36	22	1.2
反中微子事例数 (个/天)	930	760	90
偶然符合与中微子事例的信噪比 (%)	< 0.2	< 0.2	< 0.1
快中子本底与中微子事例的信噪比 (%)	0.1	0.1	0.1
^8He 和 ^9Li 本底与中微子事例的信噪比 (%)	0.3	0.2	0.2

2.3 探测器设计

大亚湾实验探测器由两大部分构成，一是探测反应堆反电子中微子的中微子探测器，即“中心探测器”（AD）；一是探测本底的宇宙线 μ 子探测器，即“反符合系统”。反符合系统包括两个独立的探测器系统：RPC 探测器和契伦柯夫探测器，可以相互检验并确定 μ 子探测效率。契伦柯夫探测器选择纯净水作为作为介质，在探测器宇宙线 μ 子的同时作为屏蔽介质，中心探测器置于其中，如图2.3所示。对于远点有四个中心探测器模块，对于两个近点则只有两个中心探测器模块。

2.3.1 中心探测器的设计

大亚湾用富含氢原子核的掺钆液闪（GdLSLS）经反 β 衰变探测反应堆的反电子中微子信号：

$$\bar{\nu}_e + p \longrightarrow e^+ + n \quad (2.2)$$

反应的末态产物中， e^+ 带走几乎全部动能并湮灭，释放出总能量为 1.8 MeV 到 8 MeV 的 γ 光子，此过程在反 β 衰变反应发生后几纳秒内完成，称为快信号。中子经过约 28 μ s 的特征时间被 Gd 俘获并放出总能量 8 MeV 的 γ 光子，称为慢信号。快慢信号的符合测量可有效排除本底确定中微子事例。我们在一定的能量范围和时间范围内挑选反应堆中微子：1) 快慢信号符合时间 $< 200 \mu$ s；2) 快信号能量 1-10 MeV，慢信号能量 6-10 MeV。大亚湾中心探测器为三层同心圆柱结构（如图 2.4）。

I层是含 Gd 0.1% 的液体闪烁体 20 吨，是探测中微子的有效靶质量。用含 Gd 的液闪比普通液闪有以下两个好处：

1. 来自 CHOOZ 等其它实验的经验，中子俘获时间常数可以由在 H 上俘获的 210 μ s 减少到含 Gd 0.1% 液闪的 30 μ s，这样大大缩短了中微子两个事例的时间间隔，有利于减少本底和提高中子俘获效率。
2. 如果中子在 H 上俘获只放出 2.2 MeV 的 γ 光子，而在 Gd 上俘获，将放出约三个总能量为 8 MeV 的 γ 光子，这个能量远高于诸如天然放射性本底等本底信号的能量，这样可以大大减少本底的事例率，增加信噪比。

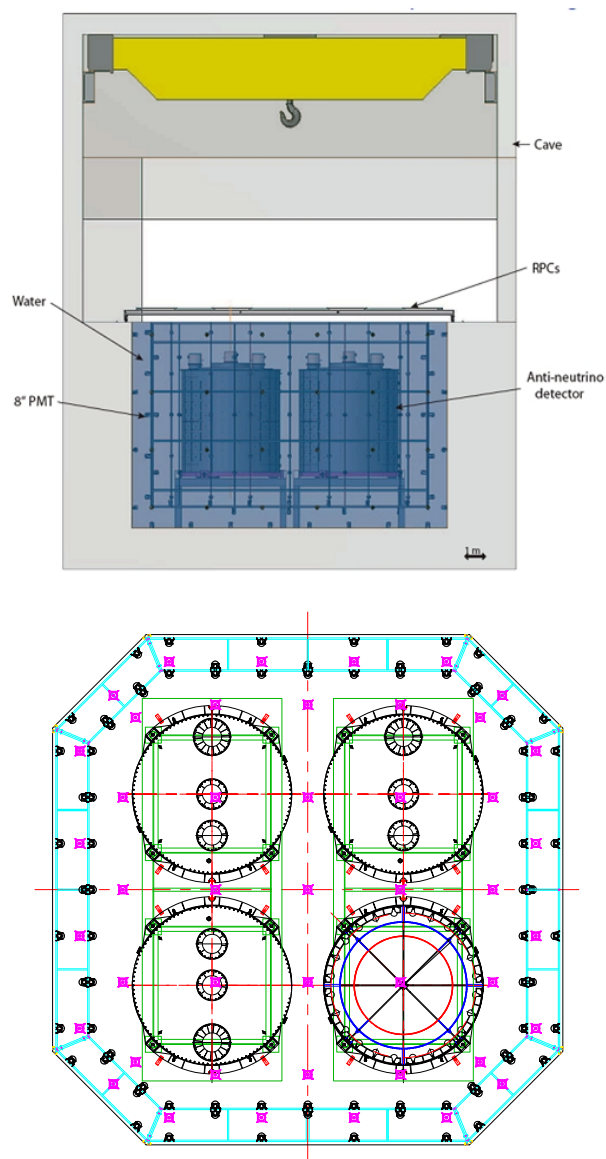


图 2.3: 大亚湾探测器远点实验厅示意图，上图为水平视图，下图为俯视图。四个中心探测器模块都置于水池中，上下与四周均被被 2.5 m 以上的水包围以屏蔽本底。在水池中放入光电倍增管做水契伦科夫探测器，水池顶部是 RPC 探测器。水契伦科夫探测器和 RPC 探测器构成完整的反符合系统。

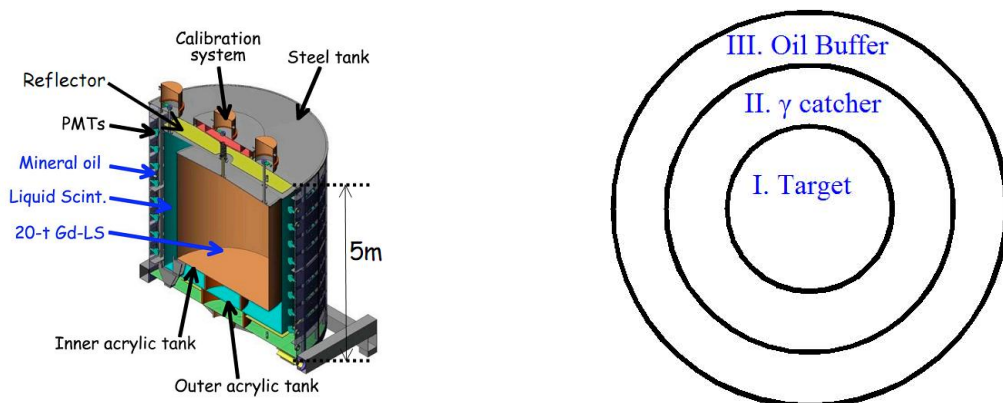


图 2.4: 左图是大亚湾中心探测器剖面图，右图是中心探测器三层介质的示意图。

II区是普通液闪层，其作用是辅助收集掺钆液闪层 γ 光子沉积的能量，提高探测效率同时减小探测效率的误差，保证由内有机玻璃罐定义的掺钆液闪就是反电子中微子探测的靶。这样就不需要位置重建来确定中微子靶的有效质量，中微子靶质量造成的系统误差只决定于质量测量的精度。

III区是矿物油层，矿物油的作用是屏蔽由于光电倍增管玻璃或者其它组成材料以及不锈钢外罐中可能的天然放射性本底。

每个探测器有 192 个光电倍增管安装在矿物油层中分为 8 圈位于探测器的侧壁上，光电倍增管光电面朝向中心液闪。光阴极有效覆盖率为 12%，用于接收来自灵敏探测区来的可见光光子。反射板的目的是减少光电倍增管（成本）的前提下，增加光的有效收集，保证对灵敏探测区有足够的探测效率。

表 2.2 列出了大亚湾实验对中心探测器的物理性能要求。

2.3.2 反符合探测器的设计

大亚湾中微子实验的本底主要来源于宇宙射线产生的 μ 子及其产生的次级粒子。减小这类本底的主要方法是将探测器放置在地下并尽可能地增大探测器的岩石覆盖。实验厅周围的岩石会释放出大量的 γ 光子，而且 μ 子穿过实验厅周围的岩石时会发生核散裂。所以我们用 2.5 m 厚的水包围中心探测器，从而把这两种事例产生的本底减少到最小。能量在 1-2 MeV 左右的 γ 光子穿过 50 cm 的水后，其流强衰减到之前的 1/20，因此经过 2.5 m 的水屏蔽层后，岩石中释放出的 γ 光子的数量就只剩下三百万分之一。此

表 2.2: 大亚湾中心探测器的物理性能要求

指标	性能要求
靶质量/模块	$\geq 20T$
靶质量精度	$\leq 0.2\%$ 且精确获知C/H比
能量分辨率	$15\%/\sqrt{E}$
探测效率误差	$< 0.2\%$
能量阈值	$\leq 1MeV$ ，对所有能量范围 e^+ 信号
放射性本底计数率	$\leq 100Hz$
时间分辨率	$\leq 25ns$

外，水屏蔽层还能屏蔽在水池外产生的中子。水屏蔽层还将中心探测器与空气隔绝开来，可以降低空气中的氦气带来的本底，并且防止空气中灰尘的进入。宇宙线在水中产生的快中子关联事例会形成中微子伪事例，是主要的潜在本底。实验采用四周水契伦柯夫探测器、顶部 RPC 探测器的联合探测系统来标记 μ 子事例。对于穿过探测器的 μ 开一个 $500\mu s$ 的反符合时间窗，对于产生了簇射的 μ 反符合时间窗为 $0.5s$ 。

反符合探测器的实验设计如图 2.3所示，中心探测器模块被浸置在装有约 2000 吨高纯水的水池里，中心探测器模块之间被 1 m 厚的水分隔。近点水池为八角的矩形，尺寸是 $16m \times 10m \times 10m$ ；远点水池为八角的正方形，尺寸是 $16m \times 16m \times 10m$ ，中心探测器模块距池壁的最小距离为 2.5 m。水屏蔽层被不锈钢钢架结构上的 Tyvek 反射膜分隔，且钢架结构上按空间位置均匀分布安装了适当数量的光电倍增管（PMT 覆盖率 0.8%），构成了内、外两层水契伦科夫探测器。水池的外层和底部的水均厚 1 m。内、外两层水契伦科夫探测器联合探测穿过水池的 μ 子。根据 SuperK 和 KamLAND 实验的经验以及 Geant4 的模拟计算，每层的探测效率都可达到 95%，且可以相互校验。水池顶部放置四层 RPC 探测器，通过四选三的逻辑，探测效率可达 95% 以上。RPC 探测器在各个方向上都比水池多向外延伸 1 m 以减少水池边缘的侧向覆盖空隙，同时能够分析 μ 子与周边岩石相互作用产生的本底。两层水契伦科夫探测器与 RPC 探测器相组

合，探测器效率都可达到 99.5% 以上，误差小于 0.25%。三种独立的反符合探测器还可以互相检验，确定各自的探测效率。

大亚湾实验对反符合系统性能的要求如下，表 2.3。

表 2.3: 大亚湾实验的对反符合系统性能的要求

对宇宙射线 μ 子的联合探测效率 $\geq 99.5\%$
对宇宙射线 μ 子的联合探测效率的不确定度 $\leq \pm 0.25\%$
随机符合的死时间 $\leq 25\%$ ，避免影响系统的统计精度
随机符合的死时间的不确定度 $\leq \pm 0.05\%$
空间分辨率为 0.5-1 m
水契伦科夫和 RPC 探测器的时间分辨率分别为： $\pm 2\text{ ns}$, 25 ns
水屏蔽层的厚度不小于 2 m

2.4 实验误差及预期结果

利用反应堆测量 $\sin^2(2\theta_{13})$ 灵敏度到 0.01 是一个非常精密的实验，实验的质量直接取决于误差的控制。目前最好的测量结果来自 CHOOZ，为 $\sin^2(2\theta_{13}) < 0.17$ 。CHOOZ 实验的系统误差为 2.7%，统计误差为 2.8%。假定三代中微子大角度混合理论成立，通过对其它中微子实验数据的分析，推测的值可能在 0.03 左右。为了在 90% 以上的置信水平下确认振荡的存在（即 $\sin^2(2\theta_{13}) > 0$ ），这要求实验的总的误差小于 0.6%。

统计误差主要来源于探测中微子事例的多少，这可以通过选择合适的探测活时间和探测靶质量来降低统计误差，计算表明，在远点选择 80 吨探测靶质量和运行三年的时间基本可以取得足够有效的中微子事例，统计误差 $< 0.2\%$ 。

实验比较困难的是对系统误差的控制，反应堆中微子实验主要有三个系统误差来源：来自反应堆的，来自探测器的，以及来自于本底的误差。与反应堆和探测器相关的误差又分为关联误差和非关联误差。根据以往的实验，与反应堆相关的误差约为 3%，

与探测器相关的误差约为 2%，本底误差则取决于实验的防护，不同实验相差很大。实验成功的关键在于如何有效地减小甚至消除这些误差。

大亚湾实验采用远近点探测器相对测量，抵消了来自反应堆的关联误差。通过使用全同的探测器抵消了探测器引起的关联误差。足够的防护层，使得噪声跟信号比例小于 0.3%。与以前的三个反应堆中微子实验 CHOOZ、Palo Verde 以及 KamLAND 相比，实验误差见表 2.4，表中同样列出了与大亚湾竞争的 Double CHOOZ 实验的系统误差。

%		Palo Verde	KamLAND	CHOOZ	D-CHOOZ	大亚湾
反应堆	反应堆功率	0.7	2.05	0.7	0	0.14
	核燃料成分	2.0	2.7	2.0	0	
	反应截面	0.2	0.2	0.3	0	0
探测器	碳氢比	0.8	1.7	0.8	0.1	0.2
	总质量	-	2.1	0.3	0.2	0.2
	正电子能量	3.6	0.26	0.8	0.1	0.05
	位置关联	3.6	3.5	0.32	0.0	0.0
	时间关联	3.6	0	0.4	0.2	0.2
	中子能量	3.6	-	0.4	0.2	0.2
	中子俘获	3.6	-	1.0	0.2	0.1
	中子多重度	3.6	-	0.5	0.0	<0.1
	死时间	0.2	0.2	-	0.25	0.03

表 2.4: 各反应堆中微子实验的误差比较

图 2.5 给出了大亚湾实验预期的 $\sin^2 2\theta_{13}$ 测量范围。由于反应堆中微子振荡几率由 Δm^{32} 和 $\sin^2 2\theta_{13}$ 两个参数确定，图中给出的两维曲线。

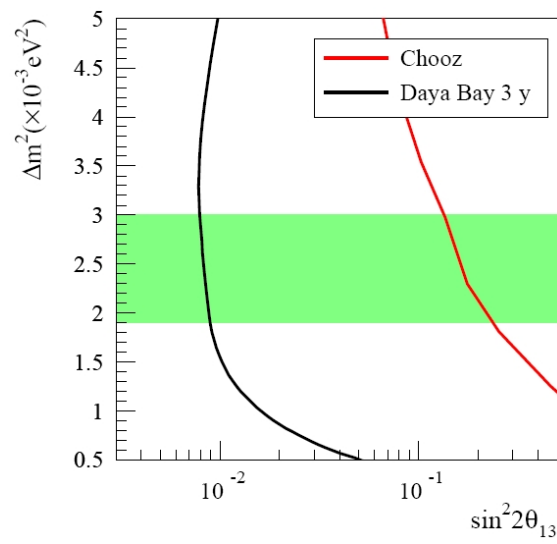


图 2.5: 大亚湾实验预期灵敏对, 允行时间为三年。跟 CHOOZ 实验相比, 实验精度提高 20 倍左右, 在 Δm^{32} 取中间值的时候, 预期 $\sin^2 2\theta_{13}$ 灵敏度可以达到 0.009。

第三章 大亚湾探测器模拟软件开发

基于 Geant4 软件包开发了 G4dyb，作为大亚湾探测器的模拟程序。本章介绍了在模拟程序开发维护等方面的工作，主要内容有：G4dyb 程序的介绍，产生子程序开发，G4dyb 的特殊物理过程和 G4dyb 的验证。

3.1 G4dyb 程序的介绍

3.1.1 G4dyb 的开发背景

高能物理实验广泛使用的探测器模拟软件包有 Geant3 和 Geant4 两种。Geant3 在 1994 年后形成最后一个版本 GEANT3.21，是基于 Fortran 语言写的探测器模拟软件包。跟后来的 Geant4 相比，使用不太灵活，不包括光子的光学过程，强相互作用过程必须掉用 FLUKA 和 MICAP 软件包来实现。Geant4 程序包 1998 年发布了第一个版本，是基于 C++ 语言写的面向对象的探测器模拟程序，包括的物理过程非常丰富，在高能物理，核物理，加速器物理，核医学，宇宙学中等学科中都有应用，程序代码容易移植。在国际高能物理学界已有多个实验用 Geant4 做探测器模拟，其中包括：

1. BESIII 的探测器模拟软件 BOOST (BESIII Object-Oriented Simulation Tool) [43]。
2. BaBar 的探测器模拟软件 BOGUS (BaBar Object-oriented Geant4-based Unified Simulation) [44]。
3. LHC/CMS 的探测器模拟软件 OSCAR (Object-oriented Simulation for CMS Analysis and Reconstruction) [45]。

4. LHC/LHCb 的探测器模拟软件 GAUSS [46]。

Geant4 作为探测器模拟软件包，其功能涉及到探测器模拟的每一个子过程，如事例产生、几何结构、物质材料、物理相互作用、径迹跟踪、图形显示等等。其软件包按功能模块化，把耦合关系比较紧密的类归于一个模块，如图 3.1 所示。下面简单介绍一下 Geant4 各个模块的功能 [47]：

Run 和 Event 这两个模块用于控制每个 Run 的事例循环流程，提供 Geant4 和外部事例产生子之间的接口，负责事例的产生，将每个事例中产生的初级粒子送到 Tracking 模块进行径迹跟踪。

Tracking 和 Track 这两个模块用于对初级粒子以及在探测器中产生的次级粒子的跟踪，跟踪过程一步一步的进行，在每一步中，计算粒子与探测器物质的相互作用，并考虑对步长的限制。粒子与物质发生各种相互作用逐渐损失其能量，直到能量为零或超出探测器几何边界为止。

Geometry 这个模块用于构造探测器的几何结构，为用户提供了构造多种几何结构的类，可定义各种标准几何形状（例如长方体、圆柱体、锥体等）和不规则几何形状（例如扭转双曲面、不规则多面体等），几何单元的尺寸，位置以及转动取向可根据需要任意改变。对于复杂几何单元的构造，可以通过对多个简单几何单元进行逻辑相加、相交或相减来实现。

Particle 和 Material 这两个模块用于定义各种粒子和物质材料，包括粒子的质量、电荷、寿命、PDGcode 等物理属性，以及物质材料的密度、组成元素、相互作用截面等参数。用户可以按实际需要来自行定义粒子和物质材料。

Processes 这个模块用于定义粒子与物质发生的各种物理相互作用，包括衰变、电磁相互作用（低能电磁作用和标准电磁作用）、强相互作用、光学光子的作用、和用于快速模拟的参数化物理作用。

Hits 和 Digits 这两个模块用于管理粒子经过灵敏探测器时用户记录的击中信息，以及利用击中信息经过数字化过程计算得到的数字化信息。每个灵敏探测器对应于一种逻辑几何单元，而数字化模块不与任何几何单元发生联系。Geant4 默认情况下

不调用用户定义的数字化模块，需要用户自己来调用。用户负责 hit 和 digit 对象的创建，Geant4 负责对象的删除。

Visualization 这个模块用于对几何结构、径迹、击中点的图形显示，提供了多种图形驱动。

Interfaces 这个模块管理图形用户界面（GUI）的产生，与外部软件相互作用接口。

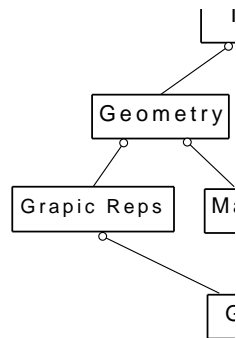


图 3.1: Geant4 软件包结构图，方框表示各个模块，圆圈方向的模块 use 直线另一方的模块。

3.1.2 G4dyb 的开发历史

2004-2005 年，大亚湾开始用 Geant3 模拟中心探测器，并尝试用 Geant4 模拟大亚湾水契伦柯夫探测器中契伦柯夫光的传播过程，为探测器设计提供方案。

2005 年 9 月份，我们开始学习 Geant4 软件的使用方法，参与开发大亚湾探测器模拟软件成为博士期间的第一个项工作。2006 年 1 月发布了 G4dyb 程序的第一个版本。虽然探测器几何模型很简单，如 PMT 用一个半球形来代替，理想的同心型圆柱型探测器机构，但是以及包含了最重要的光学过程的模拟，可以模拟得到 PMT 能收集到的光电子数和粒子在探测器中的沉积能量等信息。在随后的开发过程中，更多的合作人员参与进来，探测器几何模型进一步完善，物理过程一步步验证日趋合理，有了更多的事例产生子，模拟输出数据更加全面。同时，G4dyb 的模拟结果得到小模型探测器实验数据的验证，结果基本可靠。2008 年，G4dyb 移植到了大亚湾软件框架 NuWa 中，使用 GiGa 软件包，作为 Geant4 和软件框架 Gaudi 的接口。使用 DetDesc 软件包描以 XML 文件格式来描写原 G4dyb 中的探测器几何，探测器模拟使用 DetSim 软件包来模块化 G4dyb 中的代码。定义了标准的 DataModel 来表示软件框架中用到的数据类型。

3.1.3 G4dyb 的探测器模型

G4dyb 的几何模型构造经过了一个从简单到复杂真实，从固定参数到方便可调参数的过程，随着探测器设计方案变动而变动。主要包括了中心探测器模型和反符合探测器模型。

中心探测器几何如图 3.2 左图所示，从外到内主要结构包括：三个圆柱形的刻度罐和通到下面液闪和掺钆液闪中的刻度管，钢罐及其筋板，矿物油层，顶部和底部反射板，8 圈共 192 个 PMT，外有机玻璃罐及其筋板，普通液闪层，内有机玻璃罐及其筋板，掺钆液闪层。类似于同心圆柱结构，但由于上下筋板结构不一致有着微小上下不对称性，如果不考虑三个刻度罐和刻度管，则为轴向旋转对称结构。

图 3.2 右图显示的是远点反符合探测器几何模型，为显示内部结构，覆盖水契伦柯夫探测器顶部的 RPC 结构已移走。从外到内主要包括：混凝土水池底和笔上的 Tyvek 反射膜，外层水池，内层水池，内外水池之间的钢结构及 Tyvek 反射层，内外水池中的 PMT，水池中的四个中心探测器，对于近点水池则只放置两个中心探测器。水池的设计方案和几何模型变化果几次，最初对于远点是圆形的水池且无内外层结构，后来变化

成方形水池包括内外层结构，最后则变成不等边的八角形结构。

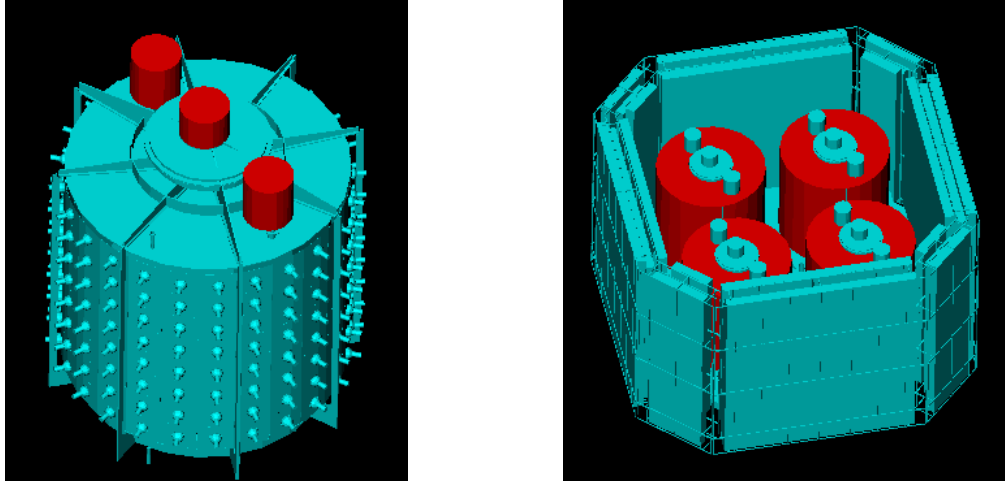


图 3.2: 左图是大亚湾中心探测器几何模型，为了显示 192个 PMT，最外层钢罐移走，上面三个圆柱是密封刻度装置的圆罐。右图是远点反符合探测器几何模型，中间坐落着四个中心探测器。

探测器几何模型除了几何参数外还包括材料的物理性质定义，特别是光学参数的定义。光学参数是与光产生过程、传播过程和收集过程有关的，包括如下材料的参数：

- 掺钆液闪和液闪的发光性质有关的：光产额（每 MeV 沉积能量能发出的光子数）及其分辨率，发光光谱，发光衰减时间。
- 掺钆液闪、液闪、矿物油、有机玻璃和水的折射率。
- 掺钆液闪、液闪、矿物油、有机玻璃和水的衰减长度
- 反射面的反射率，包括：中心探测器的上下反射板，钢罐内外表面，水池中的 Tyvek 反射膜。
- 光电倍增管的量子效率。

大多数参数是与光子的波长有关的，是随波长变化的曲线，图 3.3 是折射率和光衰减长度曲线的例子。

表 3.1 举例列出了中心探测器内的主要材料性质的定义，包括光学性质和非光学性质。如果只需要研究粒子在探测器中的相互作用沉积的能量，则只需要定义非光学性质。

表 3.1: 中心探测器里主要材料的非光学性质和光学性质

物质名称	非光学性质		光学性质	
	密度 g/cm ³	元素组成	折射率	光衰减长度 (m)
掺Gd液闪	0.855	<i>C, H, N, O, Gd</i>	1.505	9
普通液闪	0.855	<i>C, H, N, O</i>	1.49	10
矿物油	0.838	<i>C, H</i>	1.475	13
有机玻璃	1.18	<i>C, H, O</i>	1.499	5

质。由于大亚湾研究需要研究粒子在液闪和掺钆液闪中发出的闪烁光的行为，则必须要知道物质的光学性质。表 3.1 中列出的折射率、光衰减长度只是典型光波长下的数值，实际上折射率、光衰减长度等是一个随入射光波长变化的函数曲线，如图 3.3 显示了折射率和光衰减长度曲线的例子。

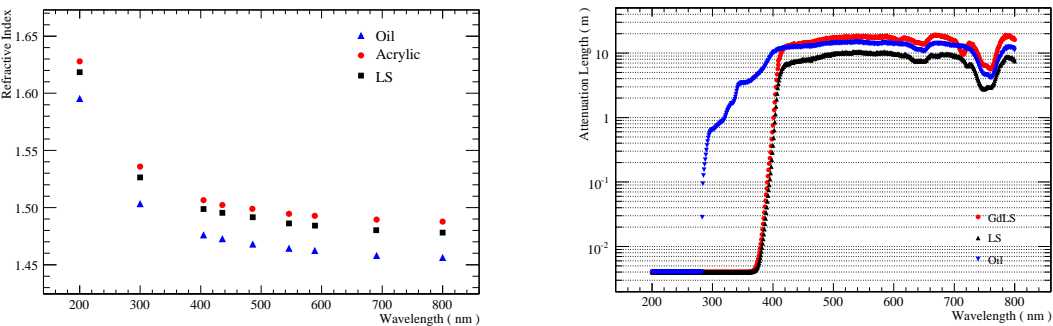


图 3.3: 左图为液闪 (LS)、矿物油 (Oil) 和有机玻璃 (Acrylic) 的折射率数据，右图掺钆液闪 (GdLS)、液闪和矿物油的光衰减长度曲线。

3.1.4 G4dyb 的物理过程

G4dyb 的物理过程在程序的 `dywPhysicslist` 类中定义。没有使用 Geant4 软件包自带的一些标准的 Physics List 是因为 G4dyb 中的有些物理过程并不是 Geant4 中的标准过程，而是根据大亚湾探测器的特殊需求做了修改。主要物理过程定义包括如下几个方面：

一般过程 定义了粒子和离子的衰变过程，调用了 Geant4 的两个类 `G4Decay` 和 `G4RadioactiveDecay`。

参数化过程 定义了 PMT 光学模型，即可见光光子在 PMT 里面的行为，是从 GLG4sim [48] 的 PMT 光学模型移植过来的。在整个 PMT 几何中，定义了一个光电面作为灵敏探测器（sensitive detector）。光学模型分为简单模型和复杂模型。简单模型下，如果光子击中光电面，则根据 PMT 量子效率曲线和光子的波长抽样决定是否产生一个光电子。复杂模型下，还要计算了，光子击中光电面后的反射，吸收和透过的过程。如果光子被吸收，则同简单模型一样决定光电子的产生，如果透过，继续在 PMT 内部追踪光子，光子有可能再次返回击中光电面。

电磁过程 定义了电子、 γ 光子、正电子、 μ 子和其他带电粒子的电磁相互作用，包括标准电磁作用和低能电磁作用，低能电磁作用可以设置的能量阈值低至 250 eV，更有利用低能相互作用的模拟。对不同粒子分别定义不同的过程，如对 γ 光子定义了低能瑞利散射、低能光电效、低能康普顿散射和低能 γ 转换。也有不同粒子定义同一个过程，如对于电子和正电子都定义了多次散射、电离、韧致辐射过程。

光核作用 主要引用于宇宙线与探测器的高能相互作用，主要包括电子、 γ 光子、正电子、 μ 子与原子核的相互作用，模型适用能量达到 100 TeV。

离子相互作用 定义了氕核、氘核、 α 粒子、 ^3He 和其他离子的相互作用。主要是弹性散射和非弹性散射，弹性散射对各离子使用统一的粒子弹性散射模型，非弹性散射对各离子都有各自的相互作用模型。

强子相互作用 包括各种重子和介子的相互作用，除中子外，其他粒子使用统一的重子散射模型，各粒子定义独自的非弹性散射模型，分为高能相互作用模型和低能相互作用模型。对于反粒子还定义了湮灭的相互作用。中子的相互作用定义比较复杂，分为四种相互作用：1) 弹性散射，20 MeV以下使用中子高精度弹性散射模型，20 MeV 以上使用中子弹性散射模型；2) 20 MeV以下使用中子高精度非弹性散射模型，20 MeV 以上使用低能中子非弹性散射模型；3) 20 MeV以下使用中子高精度裂变模型，20 MeV 以上使用低能中子裂变模型；4) 20 MeV以下使用中子高精度俘获模型，20 MeV 以上使用低能中子俘获模型。对于 Geant4 中的中子高精度俘获模型，进行了改进，修正了俘获后放出的 γ 光子的末态能量。

可见光相互作用 主要定义了契伦柯夫过程、闪烁光过程、光子吸收、光子瑞利散射和光子的边界过程。为了调整模拟的速度，改进了契伦柯夫过程和闪烁光过程，加入了一个权重因子，用来调节产生的光子数的多少。如对于 μ 子在水池中的契伦柯夫辐射，会产生几十万个光子，追踪这些光子，模拟速度非常慢，加入权重因子后可以程序提高速度。光子的边界过程包括在边界上的反射和折射过程，反射包括漫反射和镜面反射，这些过程依赖于介质折射率和反射面反射率迹粗糙程度的定义。对于闪烁光过程，对 Geant4 进行了修正，加入了重粒子的淬灭效应。

3.1.5 G4dyb 用到的产生子

产生子是指提供给模拟程序进行模拟的初始粒子信息或提供这些信息的程序。这些初始粒子是进入到探测器中的粒子，是模拟程序需要模拟的粒子。主要信息包括粒子种类、粒子能量、粒子动量或入射方向、粒子入射时间、粒子初始位置坐标、极化方向等。

G4dyb 用到的产生子主要包括两类。一类是 Geant4 提供的标准接口 ParticleGun 可以很方便的产生固定能量，固定位置的单粒子，可以方便的用于单能 γ 反射源的模拟。另一类是用标准的 HepEvt 格式的产生子，Geant4 读入有着固定格式的产生子数据文件，表 3.2 就是一个 HepEvt 格式的粒子。

用 HepEvt 格式的产生子有宇宙线 Muon 产生子、宇宙线 Muon 引发的 Neutron 产生子、反 β 衰变产生子和 U、Th、K 放射性本底产生子。其中宇宙线 Muon 产生子、宇宙线 Muon 引发的 Neutron 产生子属于博士期间的工作，在第 3.2 中将详细介绍。

NHEP

ISTHEP IDHEP JDAHEP1 JDAHEP2 PHEP1 PHEP2 PHEP3 PHEP5 DT X Y Z PLX PLY PLZ

ISTHEP IDHEP JDAHEP1 JDAHEP2 PHEP1 PHEP2 PHEP3 PHEP5 DT X Y Z PLX PLY PLZ

ISTHEP IDHEP JDAHEP1 JDAHEP2 PHEP1 PHEP2 PHEP3 PHEP5 DT X Y Z PLX PLY PLZ

...[NHEP times]

NHEP

ISTHEP IDHEP JDAHEP1 JDAHEP2 PHEP1 PHEP2 PHEP3 PHEP5 DT X Y Z PLX PLY PLZ

ISTHEP IDHEP JDAHEP1 JDAHEP2 PHEP1 PHEP2 PHEP3 PHEP5 DT X Y Z PLX PLY PLZ

ISTHEP IDHEP JDAHEP1 JDAHEP2 PHEP1 PHEP2 PHEP3 PHEP5 DT X Y Z PLX PLY PLZ

...[NHEP times]

表 3.2: HepEvt 格式的产生子文件的例子。例子中有两个事例，其中，NHEP 代表了事例粒子数，NHEP 下面的 NHEP 行代表了这个事例中的 NHEP 个粒子的信息，IDHEP 代表了粒子的 PDG 代码，PHEP1，PHEP2 和 PHEP3 即代表了粒子的动量，X，Y 和 Z 代表了粒子的坐标

3.1.6 G4dyb 的输出数据

G4dyb 输出的数据如图 3.4 所示，文件为 ROOT 格式，数据分为几个 TTree 存储。event_tree 存的是事例的基本信息，包括：1) 事例的初始信息；2) 每个事例产生的光电子 (PE) 数，每个 PE 对应的光子的时间、波长、位置等信息；3) 粒子的能量沉积信息，沉积的总能量和沉积的探测器区域。fNeutronTree 存储的是关于中子俘获的信息，如中子被俘获的原子核、中子俘获时间、中子俘获释放的 γ 个数及能量等信息。fMuonTree 存储的是 μ 子在水契伦柯夫探测器中的径迹长度和沉积能量等信息。

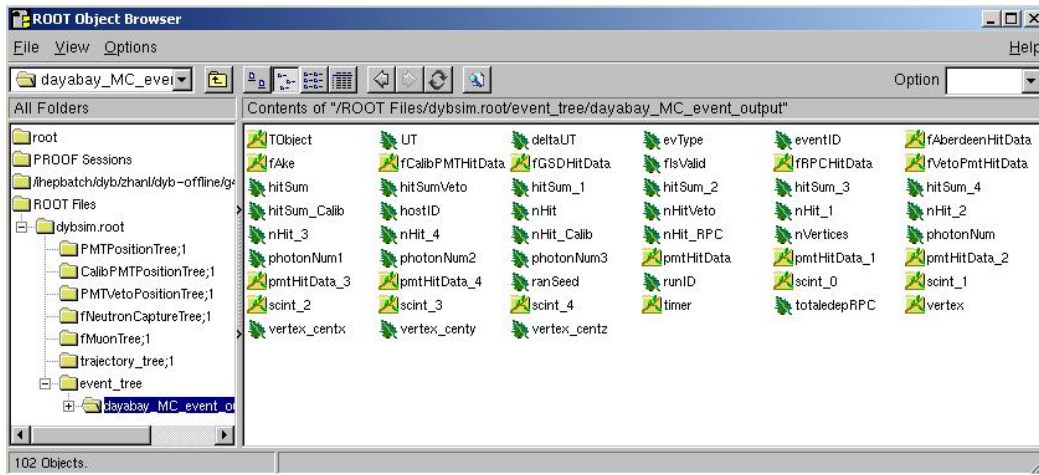


图 3.4: G4dyb 输出数据的 ROOT 文件结构。

3.2 产生子程序开发

这一节的产生子程序依赖于大大亚湾各个实验点 μ 子流强，能谱角度分布等相关信息。这部分模拟工作早已完成 [49]。这里做一个简要介绍，在大大亚湾实验的每个实验点山体表面 μ 子假定为海平面的 μ 子流强分布，即 Gaisser 公式，大大亚湾对此公式进行了一些必要的修正（见文献 [30] 第二章公式 26），使之与实验数据符合更好。然后对实际地形进行数字化（如图 3.5 所示），在此基础上，使用 MUSIC 模拟程序模拟 μ 子穿过岩石的运动，最后得到各个实验点的 μ 子流强分布。图 3.6 显示了 μ 子分别在远点和岭澳近点、大大亚湾近点的流强信息，表 ?? 详细地列出了每个实验点 μ 子流强的结果。

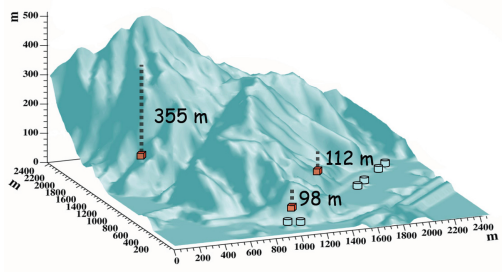


图 3.5: 三维数字化山形图，用于模拟 μ 穿过山体相互作用得到三个实验点的 μ 流强数据，图中三个红点就是大亚湾近点、岭澳近点和远点所在处。

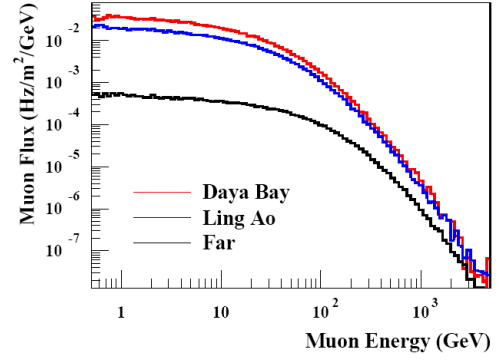


图 3.6: 三个实验点 μ 流强模拟结果。

	海拔高度 (m)	μ 子流强 (Hz/m ²)	平均能量 (GeV)
大亚湾近点	98	1.2	55.3
岭澳近点	112	0.70	61.4
远点	356	0.041	140.3

表 3.3: 三个个实验点处 μ 子的模拟结果

3.2.1 Muon 产生子

Muon 产生子程序的目的是根据 μ 子在三个实验厅的流强数据计算出 μ 子进入探测器的初始状态，写成 HepEvt 格式文件，已供探测器模拟程序所用。因此，Muon 产生子依赖于两个已知条件：一是 μ 子如图 3.6 和表 ?? 所示的在三个实验厅的流强数据，二是反符合探测器的几何形状信息。

依据水池的形状，把探测器近似成一个长方体，如图 3.7 所示。每一个从上往下入

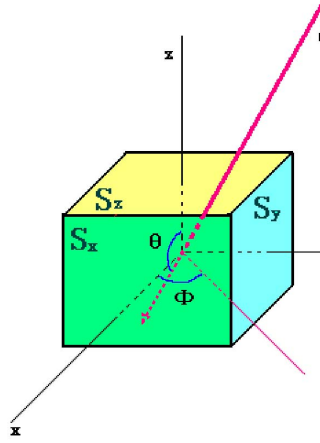


图 3.7: 反符合探测器长方体示意图，三个面的面积表示为 S_x ， S_y 和 S_z 。

射的 μ 子，只可能打中长方体六个面中的三个相邻的三个面。假设 μ 子入射方位角是 (θ, ϕ) ，那么打中三个面的概率正比于它们在 μ 子入射方向的投影面积，分别为：

$$\begin{aligned} S_{\perp}^x &= S_x |\sin \theta \cos \phi| \\ S_{\perp}^y &= S_y |\sin \theta \sin \phi| \\ S_{\perp}^z &= S_z |\cos \theta| \end{aligned} \quad (3.1)$$

以这三个投影面积做权重，抽样 μ 子击中的探测器其中的一个面，然后在这个面上的位置再做均匀抽样，决定 μ 子的坐标。这样就得到了产生子所需要的全部信息，输出成 HepEvt 格式的文件。

由于大亚湾实验厅的覆盖山体是倾斜的，穿越山体到达实验厅的 μ 子流强关于方位角并不是对称的，所以长方体形的探测器接受到的 μ 子跟探测器在图 3.6 所示坐标

系中的排放的 ϕ 角有关。大亚湾近点、岭澳近点和远点的 ϕ 角分别是56.6度、60.5度和79.6度。图 ?? 画出了远点击中探测器的 μ 子方向矢量的 X 和 Y 分量分布，从图中可以看出 X 和 Y 分量并不是对阵的，而且不对称性还跟探测器具体摆放角度有关。

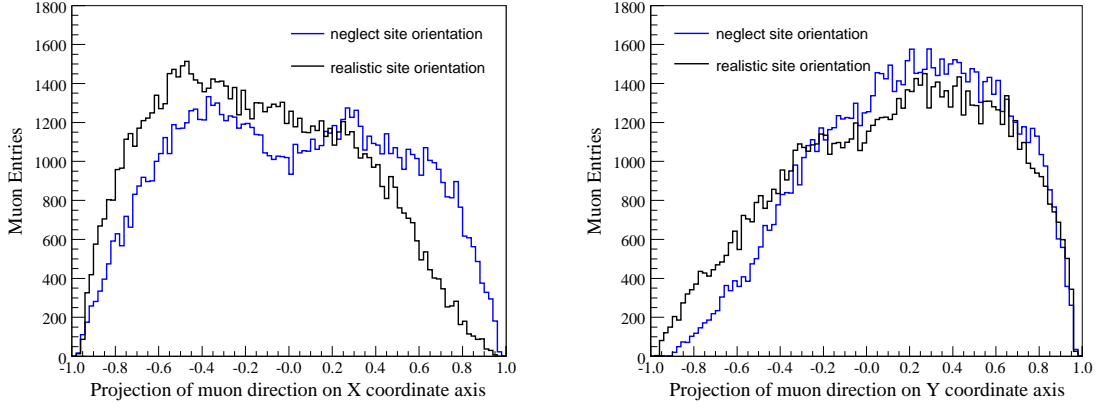


图 3.8: 左图显示的是击中探测器的方向矢量的 X 方向分量分布，左图显示的是击中探测器的方向矢量的 Y 方向分量分布，两个分别显示了 μ 子流的不对称性。黑线是忽略探测器转角的分布，蓝线是真实探测器转角情况下的分布。

3.2.2 Muon 引发的中子产生子

Muon 引发的中子本底是大亚湾实验最重要的本底之一，对宇宙线 μ 子产生的次级中子的模拟有两种方法：第一种方法就是利用经验公式抽样出中子的初始信息作为产生子进行模拟；另外一种方法 [50] 就是利用 Geant4 直接模拟 μ 子，分析其产生的次级中心与探测器的相互作用。第一种方法依赖与经验公式的精度和抽样过程，精度不高；第二种方法则消耗的模拟时间较多。本节研究的是第一种方法中的利用经验公式抽样中子信息。

宇宙线 μ 子主要通过以下几个过程产生次级中子 [51]:

1. μ 子通过交换虚光子的相互作用过程使物质中的原子核解体，这个过程通常被称为： μ 子致散裂（muon spallation）；
2. μ 子与束缚在原子核内的中子发生弹性散射；
3. 伴随 μ 子产生的光核作用（photonuclear reaction）过程；

4. 伴随以上过程产生次级粒子再产生的中子的过程；

5. μ 子被原子核俘获后产生次级中子的过程；

其中第一到四类过程产生的中子是 μ 子在运动过程中产生的，文献 [51] 根据使用 FLUKA 的模拟结果与实验结果进行对比总结出了经验公式来描述产生的中子的个数、能量分布、和角分布。

$$N_n = 4.14E_\mu^{0.74} \times 10^{-6} \text{ (muon} \cdot \text{g/cm}^2\text{)} \quad (3.2)$$

$$\frac{dN}{dE_n} = A \left(\frac{e^{-7E_n}}{E_n} + (0.52 - 0.58e^{-0.0099E_\mu})e^{-2E_n} \right) \quad (3.3)$$

$$\frac{dN}{d\cos\theta} = \frac{A}{(1 - \cos\theta)^{0.6} + 0.699E_\mu^{-0.136}} \quad (3.4)$$

公式 3.2 用来描述 μ 子穿过单位物质厚度的过程中产生的次级中子个数，与物质密度、 μ 子能量、和 μ 子径迹长度有关；公式 3.3 表示能量为 E_μ 的 μ 子产生的次级中子能量分布；公式 3.4 表达的是这些次级中子的与初级 μ 子运动方向夹角的分布，只与 μ 子能量有关。

第五类过程产生的中子需要能量比较低的 μ 子产生，低能 μ 在探测其中会损失全部动能，被探测器圆柱俘获，成为 stopped-muon，对于大大亚湾，一般占 μ 子总数的 3%。

产生子程序是根据经验公式产生第一到第四类过程产生的中子，以提供给模拟程序做本底模拟。在上一节中已经讲到 Muon 产生子，Muon 引发的中子产生子程序需要在这个基础上作进一步的计算。主要步骤如下：

1. 首先将探测器几何扩大，包括水池周围的岩石和大厅顶部的岩石，构成一个更大的长方体；
2. 利用 Muon 产生子中的算法，计算进入这个长方体中的信息，包括 μ 子入射方向，能量及坐标，得到一条完整的 μ 子径迹；
3. 根据 μ 子径迹计算在各种介质，如岩石，空气，水（中心探测器内物质密度与水接近，可以近似为水）中的各分段径迹；
4. 在各介质的径迹内，根据公式 3.2 抽样在这段径迹内产生的中子数，根据公式 3.3 和 3.4 对这些中子抽样出能量和方向信息，在这段径迹内随机抽样一个坐标作为中子产生坐标。

由上述几个步骤产生了中子产生子需要的有关信息，以 HepEvt 格式输出产生子文件。

3.3 G4dyb 的特殊物理过程

这里的 G4dyb 的特殊物理过程指的是使用标准的 Geant4 定义的过程不适用于大亚湾的情况下，对物理过程进行的一些修改，包括向闪烁发光过程添加了淬灭效应和中子俘获过程的修正。

3.3.1 淬灭效应

对于低能粒子探测，液闪溶液的淬灭效应相当重要。淬灭效应是指粒子进入液闪后的能量传递过程中受到某些因素的影响，产生的光子数会减少。根据影响的因素，淬灭效应可分为电离淬灭和非电离淬灭。电离淬灭跟粒子在液闪中的 dE/dx 有关；非电离淬灭包括很多种，例如：浓度淬灭和稀释淬灭、化学淬灭、热淬灭等，跟液闪内溶质的浓度、液闪内杂质（水或氧气）含量、液闪温度等有关。

这一节主要研究电离淬灭效应在 G4dyb 程序中的实现，由于淬灭效应，带电粒子电离发光跟粒子的 dE/dx 关系可以用 Birks 定律 [52] 来描述：

$$dS = A \frac{dE}{1 + C_1 \delta}, \quad \delta = \frac{dE}{\rho dx} \text{ MeVg}^{-1}\text{cm}^2. \quad (3.5)$$

式中， dS 指闪烁光子数， dE 即能量损失， δ 带电粒子是物质中的电离密度， C_1 是 Birks 常数， A 是常数因子，跟光产额有关。更精确的公式是二阶修正公式：

$$dS = A \frac{dE}{1 + C_1 \delta + C_2 \delta^2}. \quad (3.6)$$

对于一般液体闪烁体，一阶和二阶 Birks 常数 C_1 和 C_2 分别近似 [53] 为：

$$\begin{aligned} C_1 &\sim 0.01 \text{ gMeV}^{-1}\text{cm}^{-2}, \\ C_2 &\sim 0.1 \text{ g}^2\text{MeV}^{-2}\text{cm}^{-4}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

下面讨论公式 3.5 的两种极限情况：

- 当 dE/dx 很小的，即粒子能量处于最小电离能区或相对论能区的时候，公式分母中的 Birks 修正可以忽略，公式简化为 $dS = AdE$ ，即光输出正比于粒子能量损失，这是理想的线性响应。

- 当 dE/dx 很大，即粒子能量远小于最小电离能量，如 keV 能量的电子，或 MeV 能量的质子或 α 粒子，公式分母中的 $C_1\delta$ 远大于 1，则公式近似为 $dS/dx = A/\rho$ ，发光数目只与径迹长度有关。

在考虑 Birks 定律修正后，对于一个能量为 E 的粒子，其发出的闪烁光计算公式为：

$$S = A \int_0^E \frac{dE}{1 + C_1\delta + C_2\delta^2} \quad (3.8)$$

式中，电离密度 δ 可以看成是能量 E 的函数，上式是以 E 为自变量的一个积分。图 3.9 显示的是实验中测到的电子、质子和 α 粒子的 dS/dx 随 dE/dx 变化的曲线 [52]。可以看出，随着 dE/dx 的增大，非线性效应越来越明显。图 3.10 显示的是蒽晶体中对不同粒子，依据公式 3.8 计算得出的在一定 Birks 常数下光输出随粒子能量变化关系 [54]。可以看到，质子、 α 粒子光输出明显比电子少，且非线性严重，这是因为在能量范围 0-14 MeV 下，子、 α 粒子的 dE/dx 远远大于电子，淬灭效应较大。为比较不同粒子淬灭效应的大小，可以定义淬灭因子 $Q(E)$ 为

$$Q(E) = E / \int_0^E \frac{dE}{1 + C_1\delta + C_2\delta^2}. \quad (3.9)$$

淬灭因子可以理解为转化为可见光的沉积能量占粒子总沉积能量的百分比。对于物理实验，淬灭因子也可以有另外一种粒子，由于电子的淬灭因子接近于 1，可以以电子的淬灭因子作为标准，定义新的淬灭因子为其他粒子的淬灭因子与电子的淬灭因子的比值，这种定义方便于实验测量。

基于 Birks 定律修改 Geant4 的闪烁光产生过程 G4Scintillation，形成新的类 dywScintillation。在模拟过程中，粒子是一步接一步（step by step）地追踪的，可以对每一步进行 Birks 定律的修正，具体步骤如下：

1. 首先判断一个 Step 是否有沉积能量，如果有，再判断是什么粒子。如果是带电粒子，按步骤 2 求出 dE/dx ；如果是 γ 光子，则按步骤 3 求 dE/dx 。
2. 利用 Geant4 里面的函数 GetStepLength() 和 GetTotalEnergyDeposit() 来取出这一步的步长和沉积能量，作为 dx 和 dE 的近似值，然后计算 dE/dx 。
3. 如果 γ 能量是 E ，则调用 Geant4 中的类 G4LossTableManager 的成员函数 GetRange() 计算具有能量为 E 的电子在材料中的射程 R ，那么这一步的 dE/dx 可

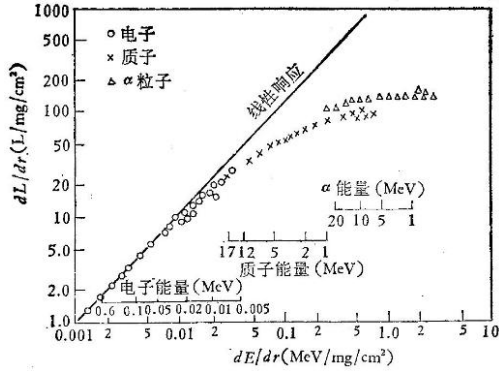


图 3.9: 蒽闪烁体单位径迹上的荧光输出随单位径迹上能量损失的变化。

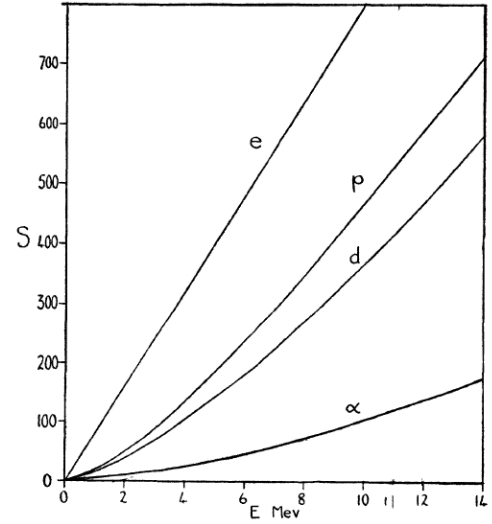


图 3.10: 蒽晶体中不同粒子光输出随能量变化关系曲线，依据 Birks 定律计算结果。

以近似为 E/R 。

4. 将 dE/dx 代入 Birks 定律公式，再根据这个 Step 所处的材料取出相应材料的 Birks 常数，计算得出这一步应该发出的光子数作为平均值，用泊松分布抽样出实际放出的光子数。
5. 对所有的 Step 中的光子数求和，得出这个粒子发出的总光子数。

可以看出，以上步骤只是公式 3.8 的近似，把积分近似成求和公式。精度依赖于模拟步数的选择。因此对于射程相对较长的粒子，如电子，步数比较多，计算比较精确，而对射程较短的粒子，如质子或 α 粒子，步数比较少，计算结果不太精确。

图 3.11 显示的是模拟中的对电子、 γ 、质子和 α 粒子在淬灭效应修正后的有效发光能量沉积随粒子能量的关系。可以看到，质子和 α 粒子的淬灭效应较严重。图 3.12 显示了各种粒子的淬灭因子，可以看到电子的淬灭因子相当接近于 1。 γ 粒子淬灭因子比电子略小，是因为 γ 一般情况下转化为能量比自己低的电子进行能量沉积，而电子能量越低，淬灭效应越严重。论文 [55] 第 4.4.4 节测量了质子在液闪和掺钆液闪中的淬灭效

应，通过与计算结果对比，拟合出了液闪的 Birks 常数，如图 3.13所示。

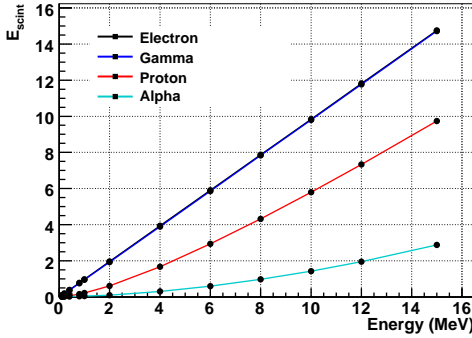


图 3.11: 模拟中的对电子、 γ 、质子和 α 粒子在淬灭效应修正后有效发光能量沉积随粒子能量关系。

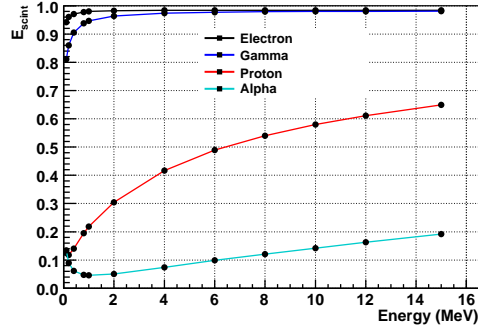


图 3.12: 模拟中的对电子、 γ 、质子和 α 粒子的淬灭因子随能量变化关系。

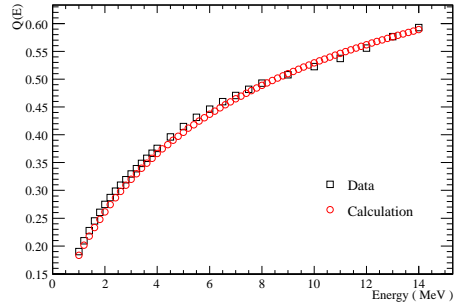
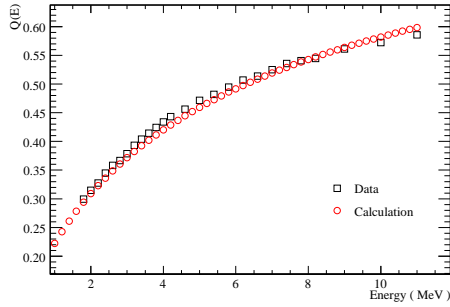


图 3.13: 质子在掺钆液闪和液闪中的淬灭因子的测量结果与理论计算结果对比。

另一个问题需要说明的是， γ 光子本身在理论上是没有电磁能量沉积的，但是在模拟过程中低能 γ 光子却有能量沉积。在 Geant4 模拟中，必须设置一个能量阈或者射程阈，用来控制产生次级粒子的数目，如果产生的次级粒子的能量或射程比能量阈或者射程阈低，则次级粒子不产生，但次级粒子的能量会算在初级粒子的能量损失上。那么对于一个能量较低的 γ 光子，它不能再产生次级电子，则 Geant4 会让 γ 沉积能量，直至损失全部能量。这个时候计算粒子的 dE/dx 的时候，能量损失就是 γ 带有的能量，但是 dx 不能是 γ 光子的射程，而应该是 γ 能产生的次级电子的射程。

图 3.14 显示的是模拟中的 γ 淬灭因子与小模型实验中测量的 γ 放射源的非线性效应做的对比。两者趋势一致，但是实验数据中非线性效应更加严重，这归因于契伦柯夫光的作用，因为能量高的 γ 光子单位能量产生的契伦柯夫光比低能 γ 多。而模拟程序中仅计算了闪烁光过程中的淬灭效应，还不足以解释实验数据中的非线性。

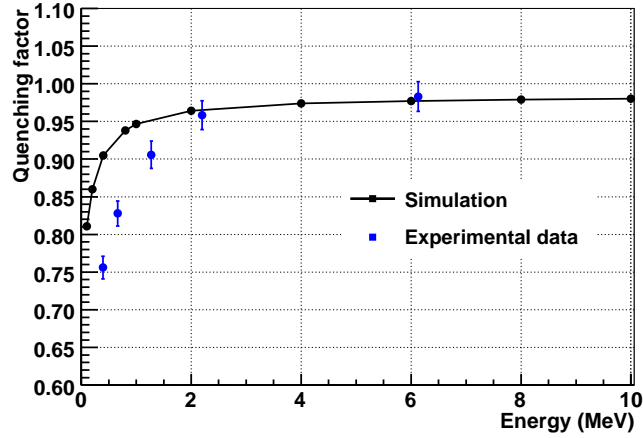


图 3.14: 模拟的 γ 的淬灭因子与实验测量的响应非线性效应对比图。

3.3.2 中子俘获

中微子探测器中发生的反 β 衰变 $\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$ 放出的中子能量很低，平均能量只有几 keV，会很快通过弹性散射而慢化，最终做热运动而被探测器中的原子核俘获。一般被原子核俘获后，俘获核会处于激发态，很快会跃迁到基态而发出 γ 光子，正是通过探测这些 γ 光子而确定中子的产生。在大亚湾的液闪探测器中，中子主要被氢核、碳核和钆核俘获，根据各种原子核的密度及其对中子的俘获截面，模拟得到它们俘获中子的百分比，列于表 3.4。0.2% 掺钆液闪虽然钆核俘获比例略高，有利于提高效率，但是液闪掺入钆钆这种金属原子本身技术难度较高，掺钆太多，会使降低液闪透明度，光衰减长度变低，还会影响液闪的长期稳定性，所以大亚湾采用了 0.1% 掺钆液闪。

不同的原子核俘获放出的 γ 的能量，个数会有不同，依赖于原子核的能级特征。根据理论或核数据库，我们知道：

表 3.4: 液闪中各原子核中子俘获百分比，其他无中子俘获的原子核未列出。

原子核	质量百分比 (0.1% 掺钆)	俘获百分比 (0.1% 掺钆)	俘获百分比 (0.2% 掺钆)
氢核 H	12.88%	13.2%	7.93%
碳核 H	85.35%	0.07%	0.03%
钆核 Gd	0.1%	86.7%	92.0%

- 氢核俘获放出一个 γ 光子，能量为 2.2 MeV。
- 碳核俘获释放出一个或两个 γ 光子，总能量固定为 4.94 MeV 如果是一个 γ ，能量约为 4.94 MeV；如果是两个 γ 光子，能量则分别为 1.26 MeV 和 3.68 MeV。
- 钆核由于复杂的能级情况，俘获发出的 γ 个数不固定，平均为三个，总能量分两种情况：如果在 Gd157 上俘获 (18.5%)，为 7.94 MeV；如果在 Gd155 上俘获 (81.5%)，为 8.54 MeV

我们将指出采用 Geant4 的 G4NeutronHPCapture 模型得到的 γ 末态信息与事实的不符合之处，主要关注的是末态 γ 总能量谱和单个 γ 能谱。对于氢核，情况相当简单，G4NeutronHPCapture 模型中释放出一个 2.2 MeV 的 γ 光子，符合实际情况。图 3.15 给出了碳核上俘获发出的 γ 光子的单个能量分布与总能量分布，可以看到总能量分布不符合实际情况，似乎是 1.26 MeV、3.68 MeV 和 4.94 MeV 能量的一个杂乱的组合。对于钆核俘获，图 3.16 给出了其单 γ 能量分布和总能量分布，都与实际情况差别较大。关于碳核和钆核俘获中子释放出的 γ 末态光子能量分布的 bug 已经在 2006 年向 Geant4 合作组提出，但至今仍未修正（见图中 Geant4 9.1 版本的结果）。后来发现，不仅仅是碳核和钆核的中子俘获末态，对于其他原子核的俘获末态，只要发出的是多 γ 光子，要么单 γ 能量分布有问题，或者总能量分布有问题。

考虑到钆核俘获中子对大亚湾的重要性，自己修正了 Geant4 的过程，构造了 dywNeutronHPCapture 模型来得到比较精确的钆核俘获末态信息。修正后的结果如图 3.17 所示。修正方法是：根据单 γ 能量分布的数据（图中的 Data 分布）谱抽样出 2-3 个光子，然后用总能量限制条件计算剩下光子能量。在严格保证总能量限制条件下，单

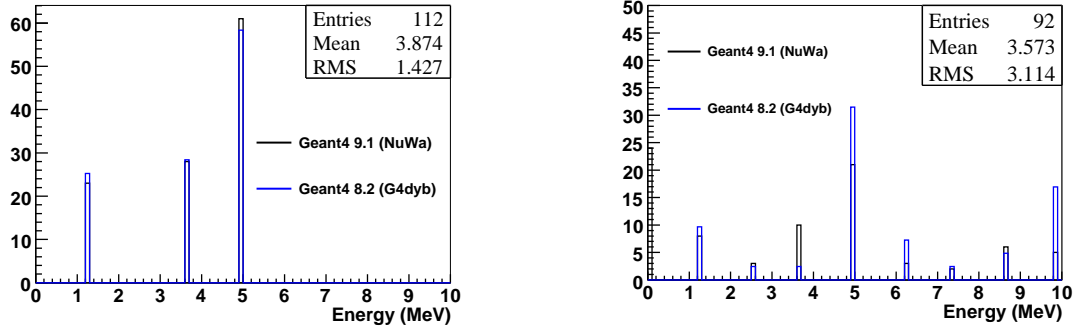


图 3.15: 中子在碳核上俘获发出的 γ 光子能量模拟结果，左图单 γ 光子能量分布，右图是 γ 光子总能量分布，同时画出了两个 Geant4 版本的结果。

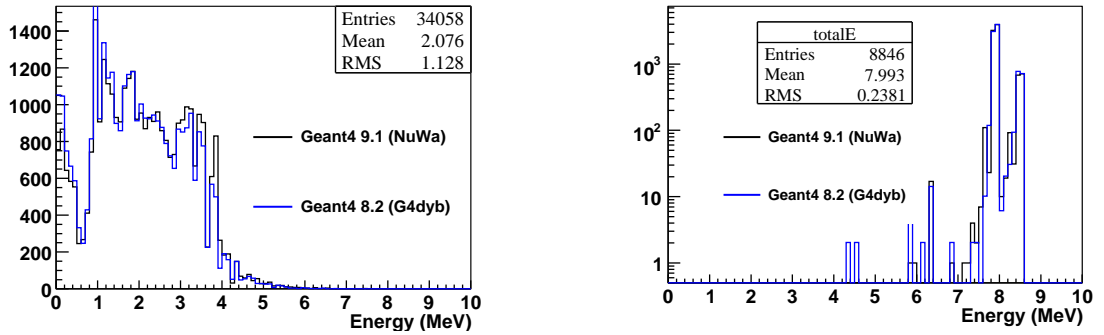


图 3.16: G4NeutronHPCapture 模型给出的中子在钼核上俘获发出的 γ 光子能量分布，左图单 γ 光子能量分布，右图是 γ 光子总能量分布，同时画出了两个 Geant4 版本的结果。

γ 能谱不可避免地与实际数据谱有一定差别。因为大亚湾探测器探测到的是所有 γ 光子的总沉积能量，而并不能测量单个 γ 光子能量，所以单 γ 能谱虽然不严格服从数据分布，仍然可以满足模拟需求。

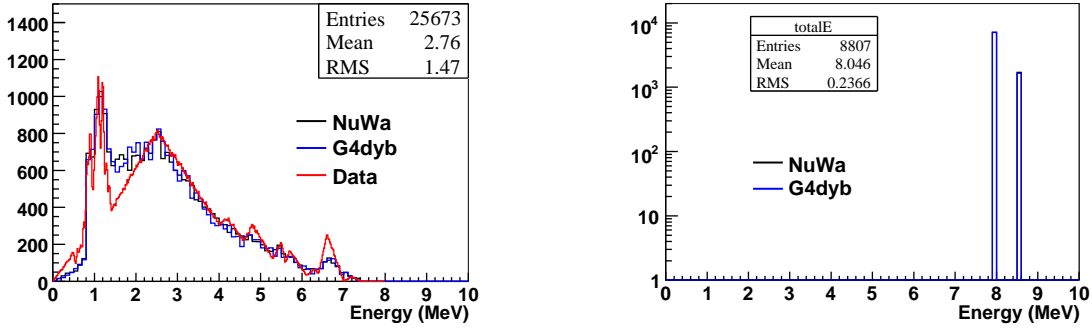


图 3.17: dywNeutronHPCapture 模型给出的中子在钷核上俘获发出的 γ 光子能量分布，左图单 γ 光子能量分布，Data 就是抽样所依据的分布，右图是 γ 光子总能量分布。同时画出了两个 G4dyb 和新软件框架 NuWa 下模拟的结果。

3.4 G4dyb 的模拟与实验数据对比

为了更好的理解大亚湾中微子探测器，建造了中心探测器模型。一方面能够测试硬件的性能，包括掺钷液闪的光产额、光衰减长度和长期稳定性，电子学系统，机械系统等；另一方面，用 G4dyb 来模拟中心探测器模型，也可以对模拟程序的正确性提供检验；除此之外，可以积累放射源刻度和数据分析等方面的经验。

中心探测器的几何结构如图 3.18 所示，它是大亚湾中心探测器的简化形式。模型为两层同心同轴的圆柱结构，内层为探测器的靶物质，外层为矿物油屏蔽层，内外两层之间是直径和高约为 1 m 的有机玻璃罐，整个探测器直径和高约为 2 m。探测单元是收集闪烁光的 45 个 PMT，分为三圈，每圈 15 个，浸于矿物油之中，固定在钢罐内表面的 PMT 支架上。在钢罐的上下端面放置有铝膜反射板，用来帮助收集光子。中心探测器模型周围放置了塑料闪烁体板构成的反符合探测器，用来探测宇宙线 μ 子

中心探测器模型经过了两个阶段的实验，第一阶段靶物质是普通液闪，完成了 γ 放射源 ^{133}Ba 、 ^{137}Cs 、 ^{22}Na 和 ^{60}Co 的测量；第二个阶段是靶物质是掺钷液闪，完成了 γ 放射源 ^{133}Ba 、 ^{137}Cs 、 ^{22}Na 、 ^{60}Co 和中子反射源 ^{252}Cf 、Pu-C 的测量。在模型实验中

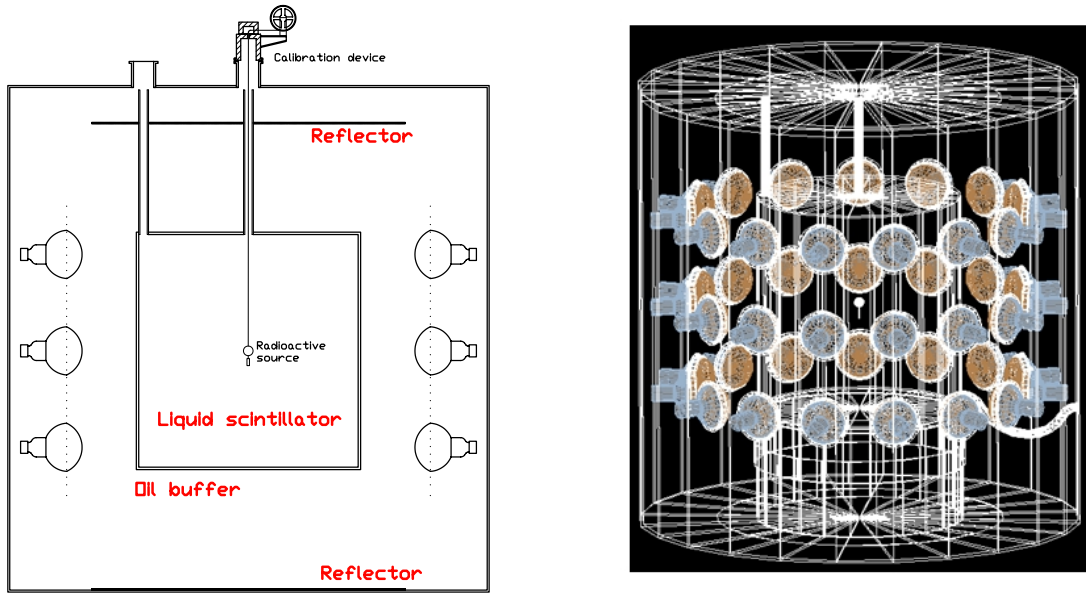


图 3.18: 左图是中心探测器模型的几何结果示意图，右图是 G4dyb 输出的模拟程序构造的几何机构。

测量得到了放射源能谱、能量分辨、位置响应等信息，并且与 G4dyb 的模拟结果进行对比。论文 [55] 和论文 [50] 有模拟与数据相对比的详细结果。

图 3.19 是 ^{137}Cs 放射源在探测器中心轴不同坐标处的测量能谱与模拟能谱的对比 [55]。全能峰左边都有一个不小的平台，峰并非完全左右对阵，右边比较陡峭，这是因为 γ 逃逸出探测器丢失部分能量造成的结果，放射源位置处于探测器最上面和最下面时，逃逸更加严重。图 3.20 显示的是 ^{137}Cs 放射源在不同位置是能量响应（PE 数）和能量分辨率的变化。放射源处于探测器两端时，对 PMT 的立体角增大，收集到的光子数会减少，所以产生的光电子（PE）数会减少，能量分辨会变坏。可以看到， γ 放射源的实验结果和模拟结果符合的非常好。

中子 ^{252}Cf 、Pu-C 在释放中子时一般伴随着 γ 光子的释放， γ 光子很快沉积能量会形成快信号，而中子要经过一段时间俘获，才会释放出 γ 形成慢信号。图 3.21 显示的是中子在掺钆液闪中的俘获时间实验与模拟的对比。图 3.22 显示的是中子俘获的慢信号的能谱，从能谱上可以明显的看到中子在氢核上俘获的 2.2 MeV 信号峰和在钆核上俘获的能量约为 8 MeV 的信号峰。

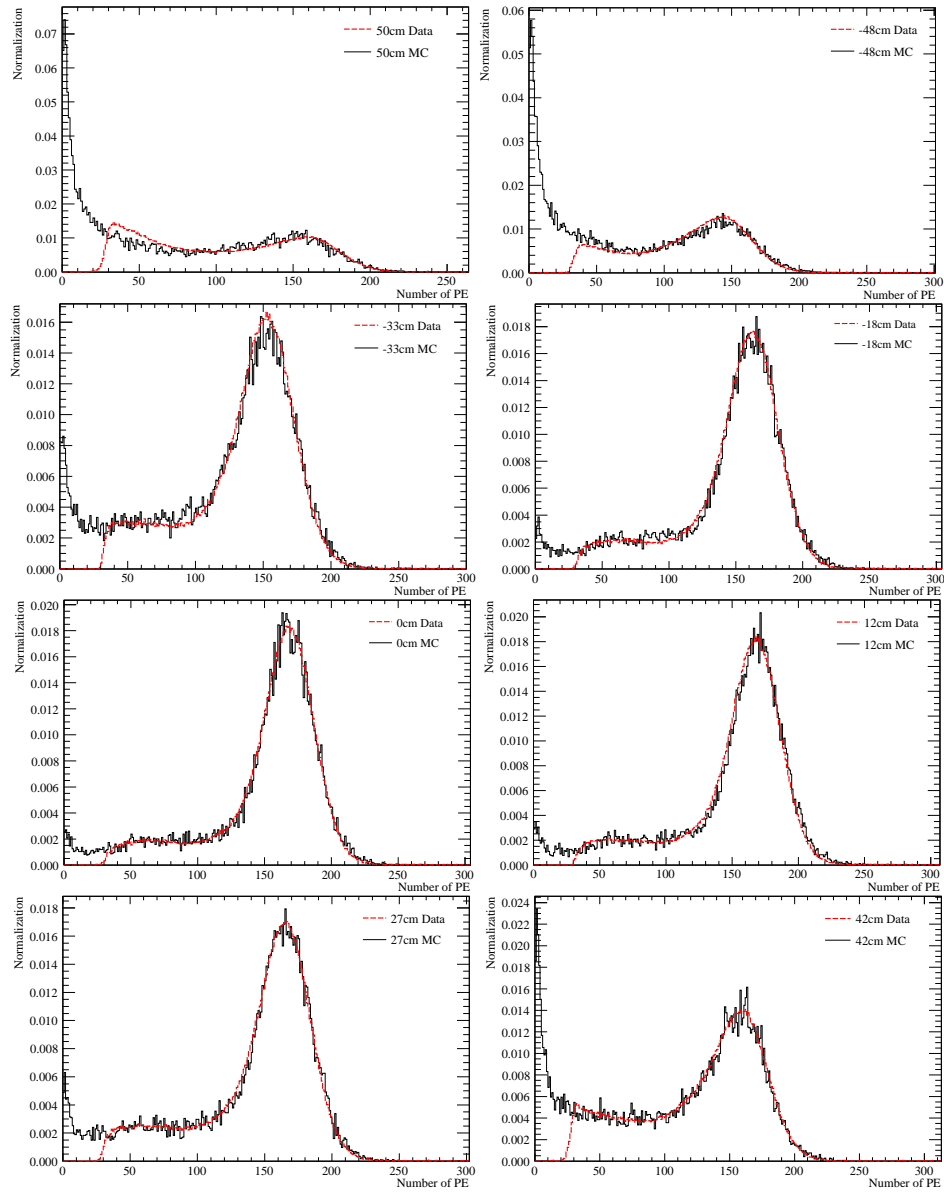


图 3.19: ^{137}Cs 在中心探测器模型中心轴竖直方向各位置时模拟与数据的能谱比较(实线(黑)是数据, 虚线(红)是模拟结果。PMT上、中、下三圈分别为 12、14、14 只共 40 只。)

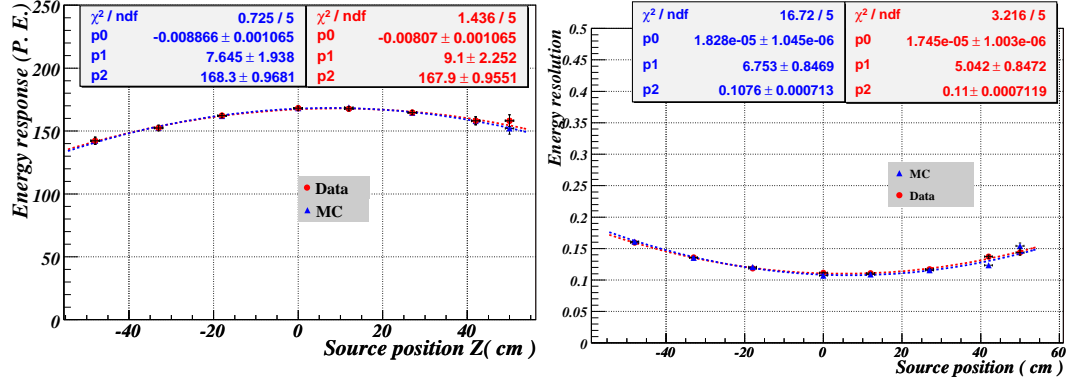


图 3.20: ^{137}Cs 在中心探测器模型中心轴竖直方向各位置时模拟与数据的能谱峰位和分辨率的比较(圆点(红)是数据, 三角(蓝)是模拟结果。PMT上、中、下三圈分别为12、14、14只共40只。)

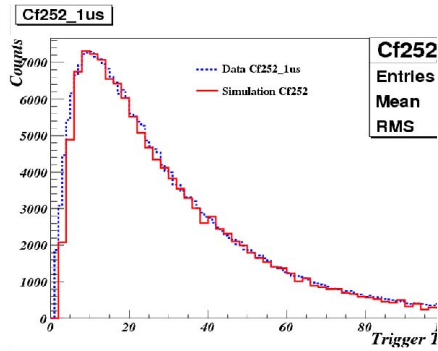


图 3.21: ^{252}Cf 中子俘获时间模拟和数据的对比

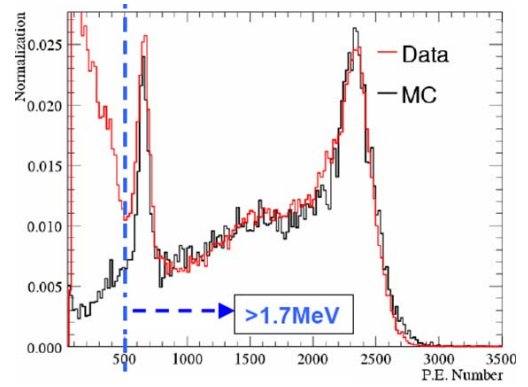


图 3.22: 中子俘获信号能谱实验数据与模拟的对比。

第四章 中心探测器模拟研究

本章主要介绍利用 G4dyb 对中心探测器的研究结果，首先研究一些基本事例在中心探测器中的模拟量分布，然后对探测器的设计与性能进行模拟研究。

4.1 基本事例的模拟

4.1.1 反 β 衰变正电子

中心探测器中发生的反 β 衰变 $\bar{\nu}_e + p \longrightarrow n + e^+$ 会产生一个快信号和慢信号，快信号来源于末态正电子的电离和湮灭释放出的两个 γ 光子，慢信号来源于中子俘获放出的 γ 光子。实验通过观测末态正电子的能量来确定中微子的能量，两者的关系为：

$$E_\nu = T_{e^+} + 1.8 \text{ MeV} \quad (4.1)$$

式中， T_{e^+} 即为正电子的动能。由于正电子在探测器中一般会先通过电离损失全部动能，然后在与电子发生湮灭，放出两个 0.511 MeV 的 γ 光子，所以正电子的动能跟它的可观测能量有如下关系：

$$E_{e^+}^{vis} = T_{e^+} + 1.022 \text{ MeV} \quad (4.2)$$

结合式 4.2 和式 ?? 可知正电子的可观测能量与中微子的能量有着直接的线性关系。

利用反 β 衰变产生子在整个探测器中均匀产生正电子进行模拟，挑选其中在探测器靶内即掺钆液闪内发生的事例。图 4.1 显示的是正电子沉积能量的分布，沉积能量至少约为 1 MeV，对应于正电子动能为零时湮灭是产生的两个 γ 光子的沉积能量。图 4.2 是 PMT 能收集到的总光电子（PE）个数的分布。图 4.3 显示了沉积能量和光电子数的关系，两者基本成线性关系，每 MeV 沉积能量能产生约 122 个光电子。

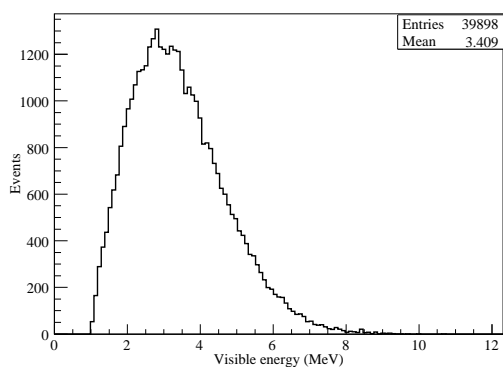


图 4.1: 反 β 衰变正电子沉积能量分布, 能量分布在 1 MeV 到 10 MeV 之间。

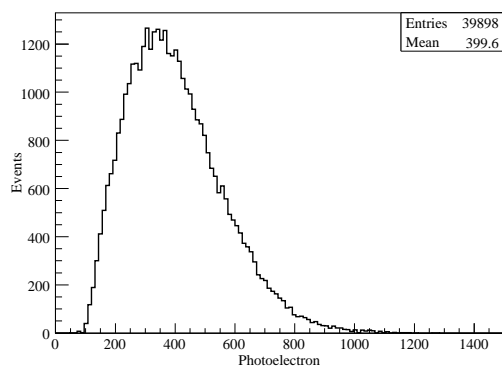


图 4.2: 反 β 衰变正电子产生的光电子数分布, 对 192 个 PMT 收集到的光电子数求和。

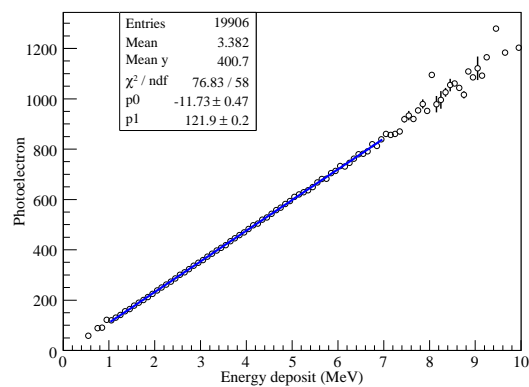


图 4.3: 反 β 衰变正电子产生的光电子数分布和沉积能量的关系, 基本成线性关系, 每 MeV 沉积能量约能产生 122 个光电子。

正电子湮灭后放出的两个 γ 光子能量都为 0.511 MeV，背对背发射，然后与液闪发生相互作用而沉积能量，因此能量沉积重心距离正电子产生中心的不会太远，但由于两个 γ 光子的行为不完全一样，所以也不会完全重合。图 4.4 显示了能量沉积重心和正电子产生中心的距离，平均只有 5 cm，相对于 1 MeV γ 光子在液闪中的平均自由程有 20 cm。

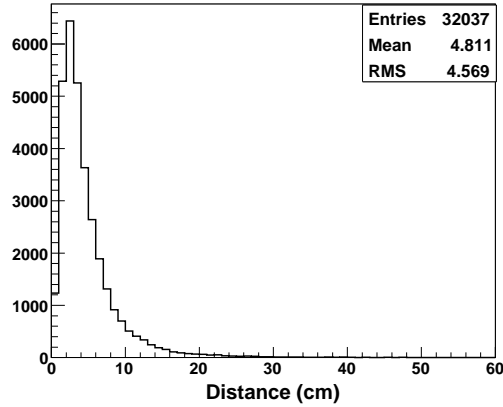


图 4.4: 正电子能量沉积重心与产生位置的距离分布，平均距离只有 5 cm。

4.1.2 反 β 衰变中子

反 β 衰变中子本身的动能很小，如图 4.5 所示，中子与液闪中的原子核发生碰撞，反冲原子核的能量也很小，并且淬灭效应很大，只会发出很少的闪烁光子。但是中子会被原子核俘获而发出 γ 光子，主要是掺钆液闪中的钆核和氢核， γ 光子再与液闪相互作用而发出闪烁光。图 4.6 和 4.7 显示了中子的能量沉积分布和光电子数分布。从能量沉积的图上可以看到三个峰，一个对应于氢核俘获发出的 2.2 MeV γ 光子沉积能量，另外两个对应与钆核的两种同位素俘获发出的总能量分别为 7.94 MeV 和 8.54 MeV 的 γ 光子的沉积能量。但是在光电子数分布图上只能看到两个峰，钆的两种同位素能量沉积峰因为太近而合并在一起，这是因为闪烁光产生过程的涨落导致的。

中子在探测器中与氢核发生碰撞会很快损失动能，然后做热运动，不停得与原子核发生热碰撞。液闪或掺钆液闪对中子具有俘获能力，俘获截面与中子的能量有关，对于做热运动的中子俘获截面基本是个常量，因此从中子产生到被俘获的时间间隔（称为俘

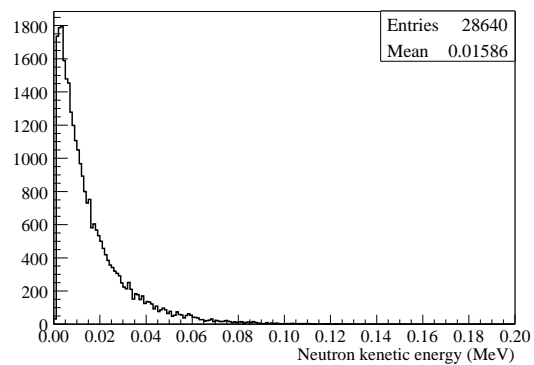


图 4.5: 反 β 衰变产生的中子动能的分布

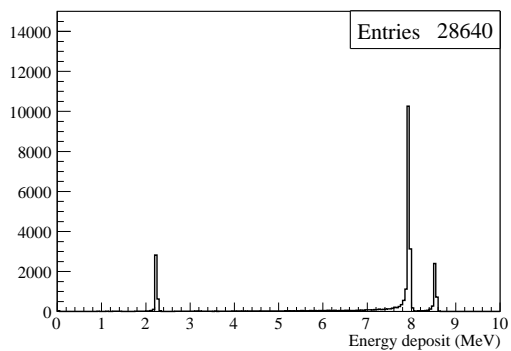


图 4.6: 反 β 衰变中子沉积能量分布。

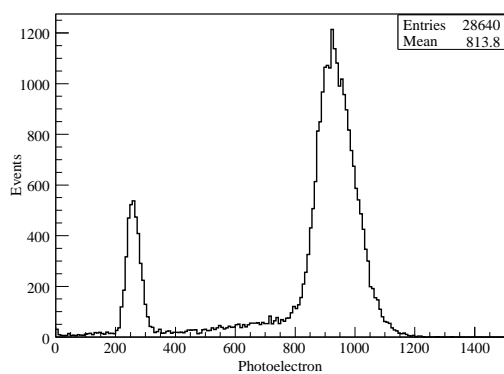


图 4.7: 反 β 衰变中子产生的光电子数分布。

获时间)成指数分布,图 4.8 画出了,中子在液闪和掺钆液闪中的俘获时间分布,用指数拟合,得到平均俘获时间分别为 $\tau = 193.4 \mu\text{s}$ 和 $\tau = 28.4 \mu\text{s}$ 。中子俘获后会很快释放出次级 γ 光子,因此中子俘获时间近似为快慢信号的时间间隔。对于掺钆液闪,如果用 $200 \mu\text{s}$ 的符合时间窗,则绝大部分中子俘获慢信号都在时间窗内。对于液闪,俘获时间较长,需要的符合时间窗较长,随机符合本底比掺钆液闪多。

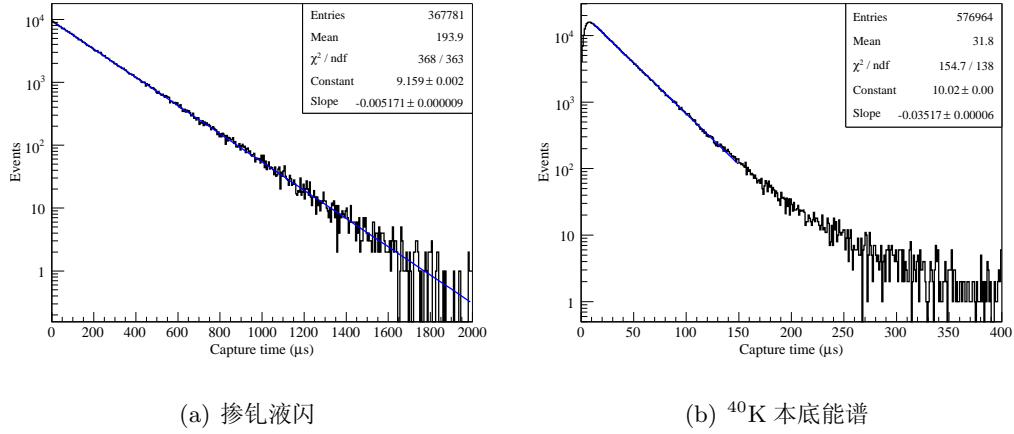


图 4.8: 左图是中子在液闪中的俘获时间,右图是中子在掺钆液闪中的俘获时间,俘获时间近似满足指数分布。

从产生到俘获之间中子的弹性碰撞和热运动过程被成为中子的“漂移”过程(drift),这个过程中子会运动一段距离,图 4.9 显示了中子在掺钆液闪和液闪中的漂移距离,在掺钆液闪中平均漂移距离为 6 cm,比在液闪中的小,这是因为掺钆液闪对中子的俘获截面较大。图 4.10 显示了中子在 X、Y、Z 三个方向的漂移距离,漂移距离基本成高斯分布。对于 X 和 Z 方向,漂移距离平均值为零,对于 Y 方向,平均值为 -1.44 cm。在反 γ 衰变过程中,中微子的动能基本转移到正电子上,而动量则转移到中子身上,所以正电子是各向同性发射的,而中子却有一定前冲动量。中微子入射方向是从反应堆到探测器,在模拟程序中定义为 Y 的负方向,因此中子在 Y 方向平均值不为零。

反 γ 衰变会在探测器中的液闪、有机玻璃和掺钆液闪等富含氢原子的地方发生,一般在液闪中产生的中子都被液闪中的氢核俘获,在掺钆液闪中产生的中子则大部分会在掺钆液闪中被钆核俘获,如表 3.4 所示。但是也有例外,一种情况是液闪中产生的中

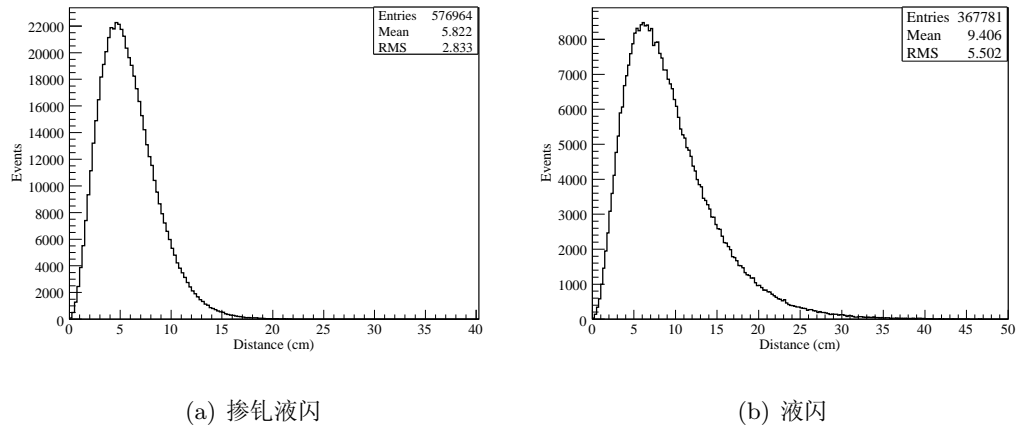


图 4.9: 中子在液闪（右图）和掺钆液闪（左图）中的漂移距离

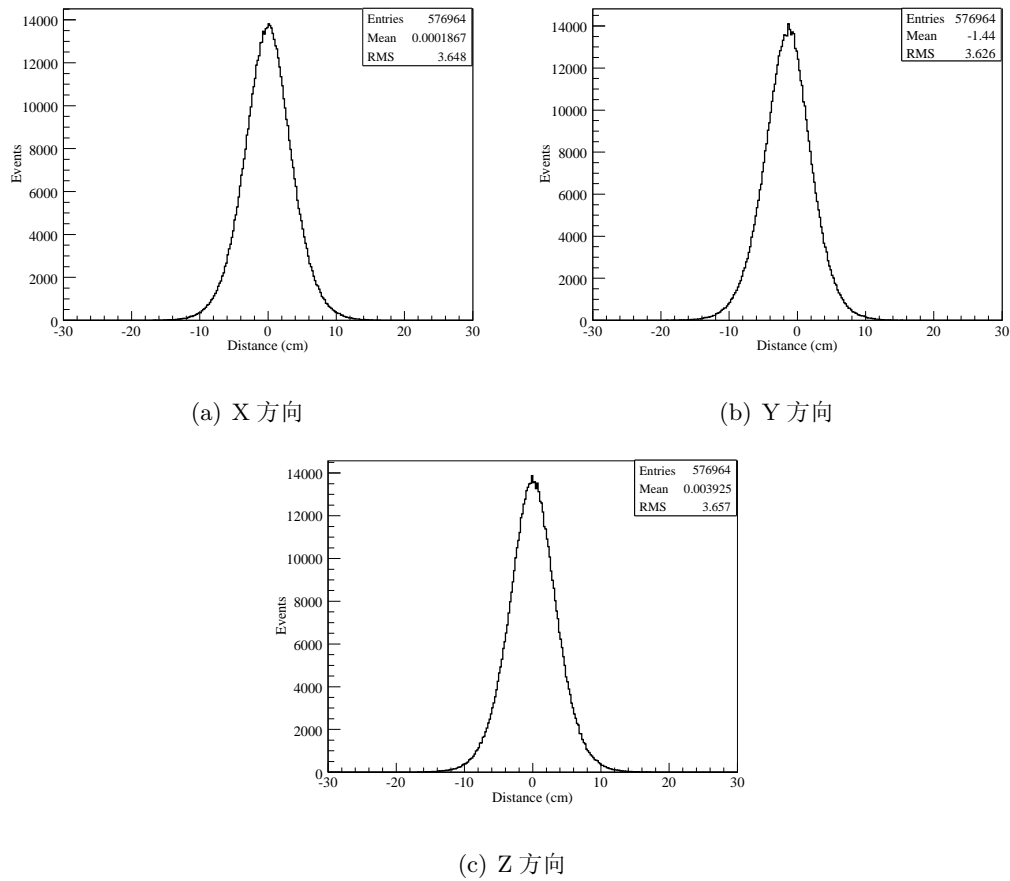


图 4.10: 中子在掺钆液闪中漂移的三方向分量。

子漂移到掺钆液闪中被钆俘获，这种现象称为 spill-in；另一种情况是掺钆液闪中产生的中子漂移到液闪中被氢核俘获，这种现象称之为 spill-out。在液闪和掺钆液闪中产生了 10000 个中子，模拟发现，spill-in 的中子有 370 个，spill-out 的中子只有 87 个。由于掺钆液闪对中子的俘获截面较大，因此中子漂移到掺钆液闪中后比较容易俘获，所以 spill-in 的中子数比 spill-out 多一些。图 4.11 显示了被钆俘获的中子产生顶点的 R^2 分布，可见有一些中子是在掺钆液闪之外产生的，但是随 R^2 增大下降很快。图 4.12 显示了被钆和氢俘获的中子俘获位置的 R^2 分布，可以看到在掺钆液闪和液闪交界出，有大量中子在掺钆液闪中俘获，这大部分是液闪中漂移进来的中子。

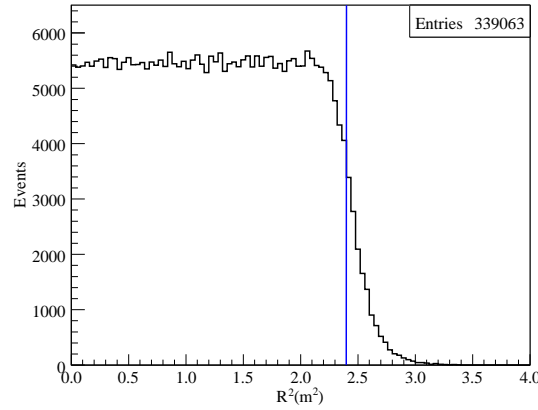


图 4.11: 被钆俘获的中子产生顶点的 R^2 分布，竖直的直线是掺钆液闪的边界，直线右侧的中子是在液闪或有机玻璃罐中产生而漂移进入掺钆液闪被钆俘获。

与反 β 衰变正电子湮灭放出的 γ 光子比较，中子俘获产生的几个 γ 在发射方向上并不相关，因此 γ 沉积能量的重心偏离中子俘获的位置相对比较大。图 4.13 显示了能量沉积重心分别跟中子产生位置和中子俘获位置的距离，可以看到这一距离可以大于 100 cm。大亚湾中心探测器以掺钆液闪作为靶物质，在靶物质之外还有约 45 cm 厚的液闪层，液闪层的作用就在于让掺钆液闪中释放出来的 γ 能量能够尽量沉积。相反，中心探测器模型只有两层结构，可以从图 3.22 上看到，中子能谱中，由于 γ 逃逸作用，很多事例能量沉积不完全。

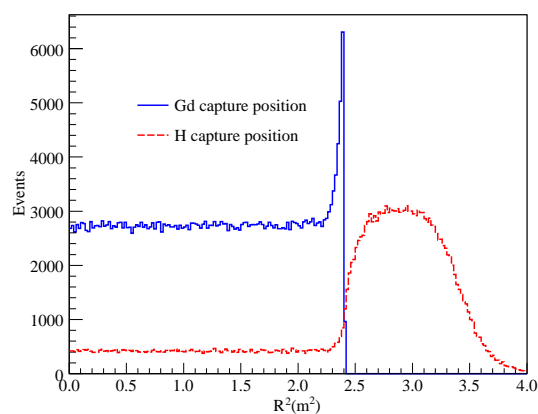
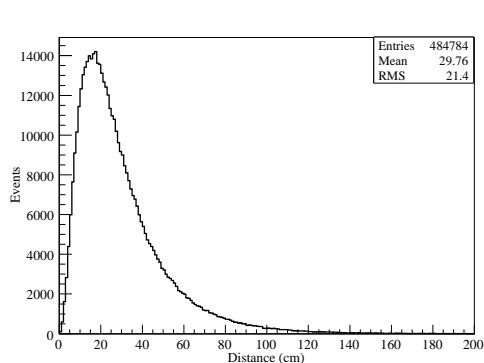
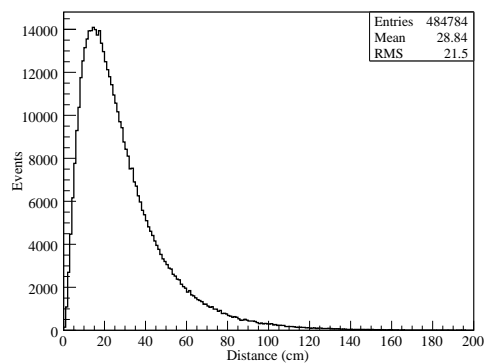


图 4.12: 反子在钆（蓝线）和氢（红线）上俘获位置的 R^2 分布，在掺钆液闪内部，中子大部分被钆俘获，在液闪中没有钆则被氢俘获，在掺钆液闪边界内，即 $R^2 = 2.4025 \text{ m}^2$ 左边，有一个很高的峰，表明有大量中子进入掺钆液闪俘获。



(a) 与中子产生顶点的距离



(b) 与中子俘获顶点的距离

图 4.13: 中子俘获产生的 γ 能量沉积与中子产生顶点（左图）和中子俘获顶点（右图）的距离。

4.1.3 穿过中心探测器的 μ 子

宇宙线 μ 子穿过中心探测器主要有两种发光过程，一种是发出契伦柯夫光，大概每穿越 1 cm 可以发出 200 个光子，另一种是在液闪和掺钆液闪中发出闪烁光，每穿越 1 cm 会沉积约 2 MeV 能量，因此会产生 20000 个闪烁光子（光产额约为 10000）。在 G4dyb 的模拟中， μ 子穿过中心探测器的矿物油只会发契伦柯夫光，而穿越液闪和掺钆液闪会同时发生两种作用，闪烁光子数约为契伦柯夫光子数的 100 倍。

由于 μ 子穿过液闪或掺钆液闪会产生大量的闪烁光，模拟程序运行一个事例需要大量时间，所以在模拟中把闪烁光过程关闭，只开启契伦柯夫过程。模拟程序记录 μ 子穿过液闪和掺钆液闪的沉积能量 E_{dep} 和 PMT 产生的光电子数 N_{pe} 。显然，所有光电子是由契伦柯夫过程产生的，根据图 4.3 中光电子数和沉积能量的关系，我们可以把契伦柯夫光电子等效为液闪中和掺钆液闪中的沉积能量。我们对 μ 子穿越中心探测器的事例计算一个可观测能量沉积 E_{vis} ，其定义如下：

$$E_{vis} = \frac{N_{pe}}{yield(PEs/MeV)} + E_{dep} \quad (4.3)$$

式中， $yield$ 表示每 MeV 能量沉积发出的闪烁光可以产生多少个光电子，从图 4.3 来看，约为 120 PEs/MeV。

图 4.14 显示的是契伦柯夫过程产生的等效能量沉积，在 40 MeV 和 50 MeV 之间有一个峰，对应的是 μ 子穿越整个中心探测器的情况。图 4.15 显示的是闪烁过程的能量沉积，大部分事例能量沉积在 1000 MeV 以下，也有少部分事例能量很高。根据 μ 子电离能损， μ 子如果完全穿越中心探测器不会有大于 1500 MeV 的能量沉积，只有当 μ 子与原子核发生核反应（spallation）过程才会有大的能量沉积。对于发生了 spallation 的 μ 子，会产生大量闪烁光，使部分或全部 PMT 达到饱和。因此可以根据这个特点来鉴别发生 spallation 的 μ 子，对于这样的事例，由于产生了大量次级粒子，探测器需要开一个比较长的反符合时间窗，例如 0.5 s。

4.1.4 天然放射性本底事例

中心探测器除了能探测到中微子的反 β 衰变和宇宙线 μ 子信号外，还可以探测到各种天然放射性本底信号。放射性本底主要来源于材料中的放射性元素 ^{238}U 、 ^{232}Th 、 ^{40}K 和 ^{60}Co ，空气和水中的氡气也可能进入到探测器形成本底。本底事

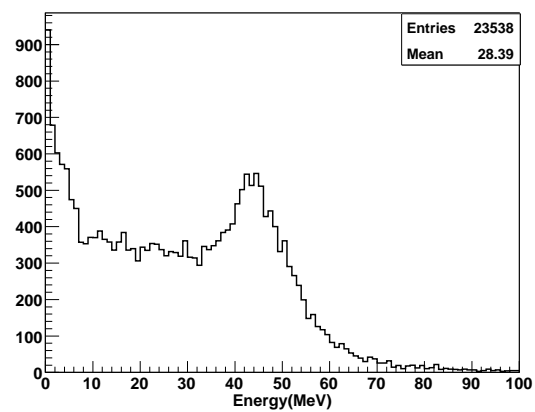


图 4.14: μ 子在中心探测器中发生契伦柯夫作用的等效沉积能量。

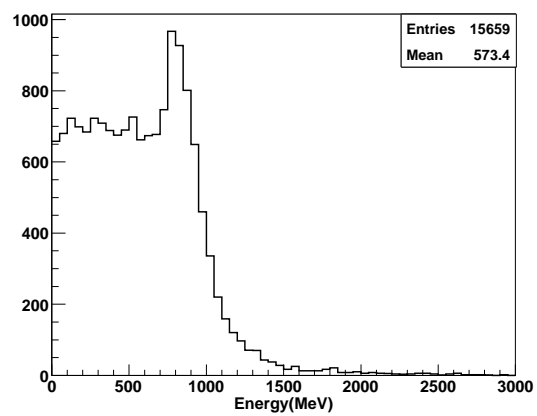


图 4.15: μ 子在中心探测器中发生闪烁过程的等效沉积能量。

例的事例率分布基本随能量成下降趋势, 如图 4.16, 不会产生 6 MeV 以上的信号, 因此不会误判为反 β 衰变的慢信号。放射性本底事例只可能被误判为快信号, 与宇宙线产生的中子本底进行符合, 产生一个假的中微子信号。计算表明, 只要放射性本底事例率 < 50 Hz, 其造成的事例率跟信号比值 $< 0.1\%$, 满足探测器设计的要求。

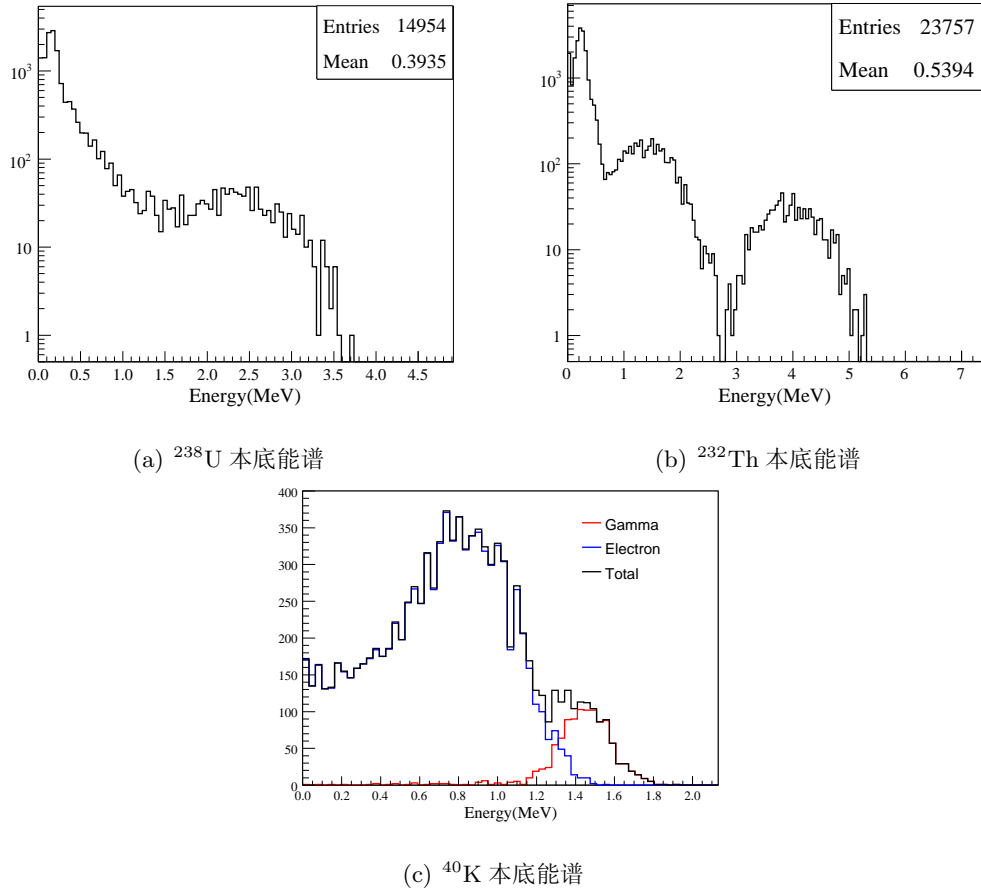


图 4.16: ^{238}U 、 ^{232}Th 和 ^{40}K 本底在掺钆液闪中模拟的能谱 [56], 能谱包括了 ^{238}U 和 ^{232}Th 的衰变链中的 α 、 β 和 γ 反射性, 和 ^{40}K 中的 β 和 γ 反射性。

放射性本底主要来源有:

- 实验大厅岩石中的 U/Th/K。
- 水池中的 U/Th/K。
- 探测器钢罐及支撑结构金属材料中的 Co。

- 焊缝的焊锡中的 U/Th/K。
- PMT 玻璃中的 U/Th/K。
- 液闪中的 U/Th/K。
- 灰尘及空气中的放射性元素。
- 宇宙线中子活化带来的反射性元素。

对各部分的放射性事例进行模拟，在放射性本底事例率要求 $< 50 \text{ Hz}$ 的情况下，可以得到对探测器各部分材料纯度和对屏蔽体厚度的物理要求。

4.2 探测器的设计与性能的模拟研究

本章用 G4dyb 对中心探测器的一些具体的设计方案中存在的问题进行模拟研究，以优化探测器的设计，用模拟来预测探测器的一些基本性能。

4.2.1 几何结构设计的模拟研究

大亚湾中心探测器主要由三层区域构成，从里到外分别为掺钆液闪、液闪和矿物油，如图 2.4 所示，其几何尺寸经过了优化。由于隧道截面大小限制，整个钢罐高度和直径不能大于 5 m，另一方面要有足够的靶质量（20 吨）。掺钆液闪圆柱的高度为 3.1 m，半径为 1.55 m，质量可以达到 20 吨。

γ 光子在液闪中有一定自由程，所以需要液闪层来吸收掺钆液闪中反 β 衰变放出的正电子湮灭和中子俘获放出的 γ 光子，以便让掺钆液闪中发生的反 β 衰变有足够的探测效率。对于中微子慢信号，即中子俘获信号，设置了 6 MeV 的能量阈值，这样能避免天然放射性本底的污染。只有中子在钆上俘获，释放出总能量约为 8 MeV 的 γ 光子才能通过 6 MeV 的能量阈值。所以探测器的靶物质由掺钆液闪很好的定义，不依赖于重建出的顶点位置来做体积判选，减少了系统误差。中子的探测效率可以定义为通过 6 MeV 的能量阈值的中子事例数占钆上俘获的中子事例数的百分比，图 4.17 显示了中子探测效率随液闪厚度的变化趋势。对于 42.5 cm 液闪，中子探测效率可以达到 91%，探测效率的误差也满足要求。

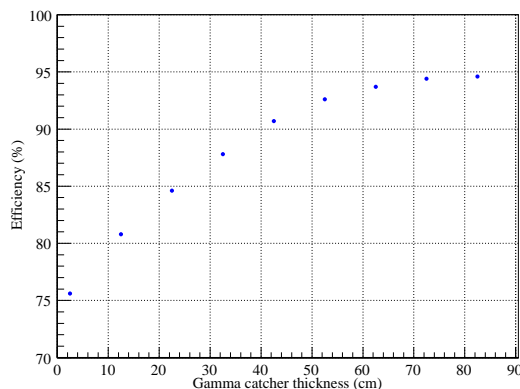


图 4.17: 中子的探测效率随液闪厚度的变化关系, 在厚度为 42.5 cm 时, 效率达到了 91%。

由于钢罐和 PMT 玻璃的天然放射性比有机玻璃和液闪等有机材料要高, 它们不能直接与液闪接触, 否则放射性物质发出的放射性射线会直接进入液闪形成本底, 所以液闪之外还需要一层矿物油来屏蔽本底。另外一方面, 矿物油屏蔽层使 PMT 与液闪有一定距离, 这样在探测器收集到的光电子数在整个液闪和掺钆液闪中的均匀性较高。图 4.18 显示了在不同的 R^2 位置发光时, 收集到的光电子数的变化, 结果表面, 在 PMT 距离液闪距离小于 15 cm 时响应会很不均匀。如果 PMT 与液闪很接近, 当发光点靠近某个 PMT 时, 收集到的光电子数会很多, 由于不均匀性会导致能量分辨变坏。考虑到 PMT 本身的几何尺寸, 矿物油的设计厚度约为 48 cm 时, 能够保证 PMT 距离液闪在 15 cm 以上。

4.2.2 能量分辨率

为研究探测器的能量分辨率, 在探测器整个靶体积内均匀产生了从 1 MeV 到 8 MeV 的单能电子, 记录产生的光电子数的分布。对于单能电子, 光电子数近似为高斯分布, 如图 4.19 所示, 通过高斯拟合来确定分布的 σ , 用以计算相对的能量分辨率。图 4.20 显示了不同能量时的能量分辨率。能量分辨率一般服从 σ_r/\sqrt{E} 的分布, 图中用此函数进行了拟合, 得到的 σ_r 约为 12%。

利用大亚湾中心探测器的重建程序 [57], 可以重建出事例的能量和位置, 能够消除

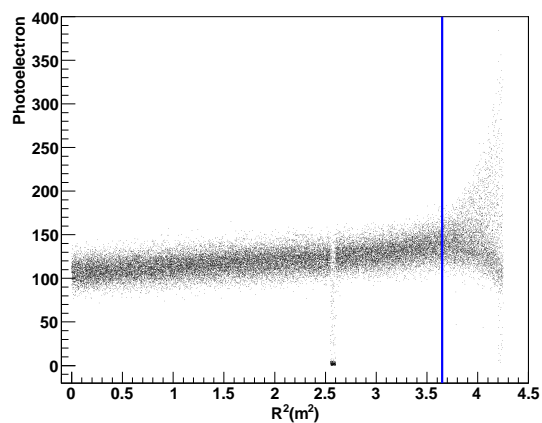


图 4.18: 不同的 R^2 位置发光时，收集到的光电子数的变化，模拟事例为 1 MeV 的单能电子。蓝线位置处距离 PMT 表面为 15 cm，左边响应比较均匀，右边响应不均匀。 $R^2 = 2.6 \text{ m}^2$ 附近下陷是由于此处是内有机玻璃罐，吸收了电子能量，但不会发光。

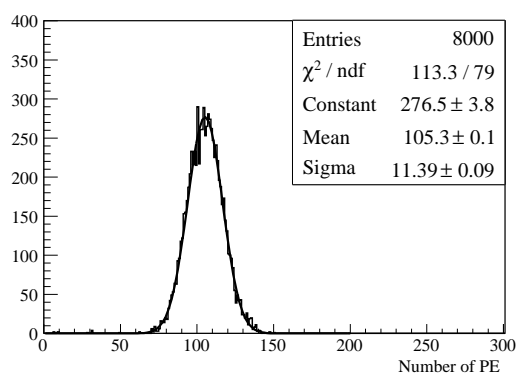


图 4.19: 1 MeV 电子产生的光电子数的分布，用高斯函数拟合。

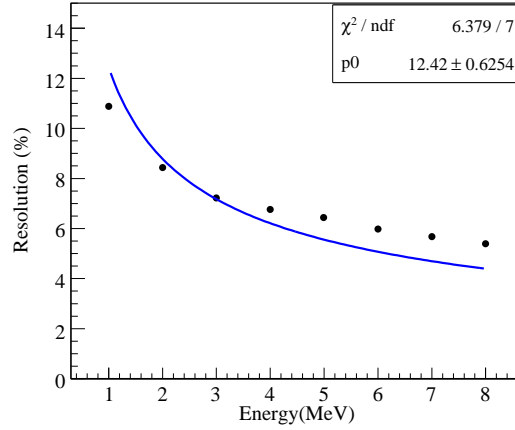


图 4.20: 模拟得到的能量分辨率随能量的关系, 用函数 σ_r/\sqrt{E} 进行了拟合。

位置引起的光电子响应的均匀性, 在做过重建以后, 能量分辨率如图 4.21 所示。

4.2.3 位置响应和均匀性

在探测器的灵敏体积内（掺钆液闪和液闪），沉积同样的能量平均发出的闪烁光子数相同，但是收集到的光电子数还与光子在探测器内的传播有关。在探测器的不同位置处，由于光子传播的过程和 PMT 接收的立体角不一样可能导致探测器对不同位置响应的不均匀性。探测器上下两端的反射板可以大大减小响应的不均匀性，另一方面保持了 PMT 与液闪的一定距离，也减小了响应的不均匀性。

为研究探测器对各个位置的响应，模拟了反 β 衰变正电子，正电子在整个探测器内均匀产生。沿探测器的径向（R 方向）和 Z 轴方向，计算了单位可观测能量（方程 4.2）产生的平均光电子数，结果如图 4.22 所示。在探测器的 R 方向，随着 R 的增大，单位能量能够产生的光电子数增加，从 100 PEs/MeV 增加到 130 PEs/MeV，这是因为在 R 增大时，所有 PMT 对发光点所张的立体角之和会增大，在 $R^2 \sim 2.4 \text{ m}^2$ 附近下降是由于内有机玻璃罐吸收能量而不发光，在 $R^2 > 3.5 \text{ m}^2$ 的地方下降是由于接近非灵敏体积，能量逃逸作用变大。在探测器的 Z 方向，响应比较均匀，这是由于反射板的作用，在 $Z = 1.55 \text{ m}$ 的地方下降是由于内有机玻璃罐的作用，在 $Z > 1.8 \text{ m}$ 的地方接近灵敏体积的边缘。

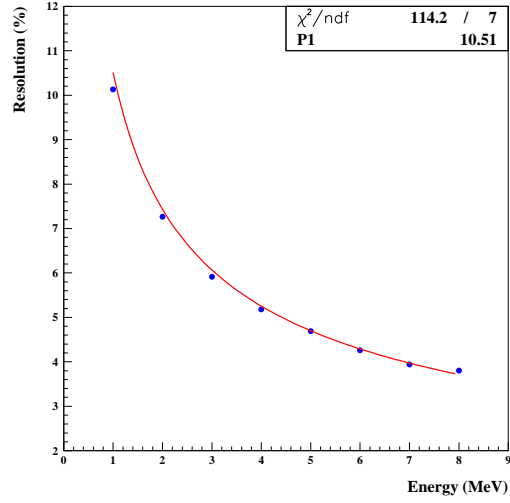
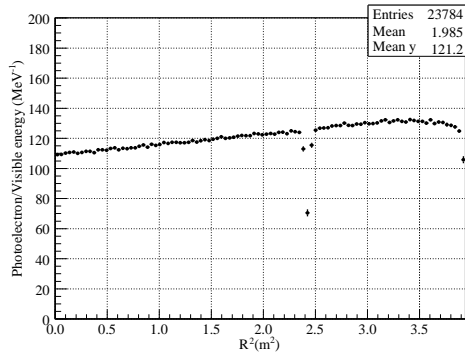
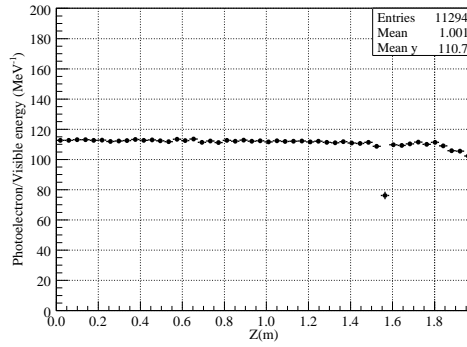


图 4.21: 事例重建之后的能量分辨率随能量的关系，用函数 σ_r/\sqrt{E} 进行了拟合。



(a) 探测器 R 方向



(b) 探测器 Z 方向

图 4.22: 单位可观测能量产生光电子数随事例顶点的分布，左图是 R 方向的变化趋势，限制了 $|Z| < 1 \text{ m}$ ，右图是 Z 方向的变化趋势，限制了 $R^2 < 1 \text{ m}^2$ 。

4.2.4 光电子的时间分布

光电子击中光电倍增管的时间主要有两部分构成，即闪烁体发光衰减时间和光子传播时间。一般液体闪烁体发出的闪烁光包括快成分和慢成分，可以用双指数分布进行拟合。根据实验结果 [58]，掺钆液闪的快成分约为 4 ns，慢成分约为 16 ns。G4dyb 模拟程序中衰减时间在实验之前的统一设置为 1.6 ns，以下模拟结果是根据 1.6 ns 做出。对于光子传播的时间，直接光传播时间即跟发光位置与光点倍增管的距离有关，如果是反射或多次反射光，则达到光电倍增管的时间会较长。

为研究光电子时间分布特征，在中心探测器内均匀产生了反 β 衰变正电子，记录每个光子打中光电倍增管并产生光电子的时间，对这些时间计算了三个特征量：

- **事例持续时间**，即对所有光电倍增管（PMT），接收到的最后一个光电子与第一个光电子的时间差，表示一个事例中光电子持续时间有多长。如果要对一个事例中所有光电倍增管的信号求和，那么求和时间应该比事例持续时间更长。
- **PMT 响应时间**，即对于一个光电倍增管，接受到的最后一个光电子与第一个光电子的时间差。为了测量一个光电倍增管的所有光电子产生的电荷量，光电倍增管脉冲成形时间应该不短于 PMT 响应时间。
- **PMT 测量时间**，即对于一个光电倍增管，接受到的第一个光电子的时间。测量得到的光电倍增管信号时间，应该由其脉冲前沿决定，与第一个光电子到达时间最为接近。

图 4.23 显示了事例持续时间的分布，可见由于光子先后击中光电倍增管，事例持续时间平均约为 90 ns，最晚到达的光子可能在中心探测器内经过多次反射才击中光电倍增管。图 4.24 显示了 PMT 响应时间的分布，可见要收集光电倍增管的全部光电子，成形时间需要达到约 300 ns。图 4.25 显示了 PMT 测量时间的分布，大亚湾中心探测器内 PMT 时间测量精度设计为 0.5 ns，满足时间测量的需要。

4.2.5 探测效率及其误差

这里研究的探测效率主要指中微子事例（即反 β 衰变）的时间符合效率和能量判选效率。快慢信号的时间符合窗口为 1-200 μ s，符合效率主要由中子俘获时间分布来确

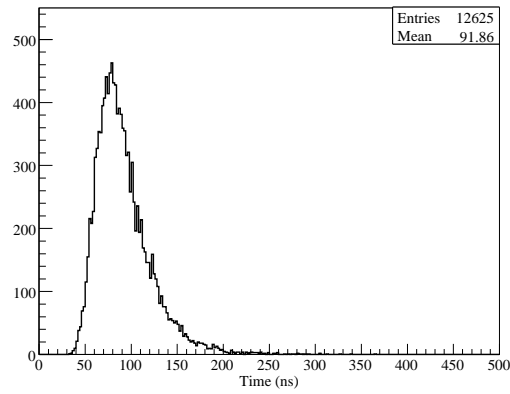


图 4.23: 中心探测器事例持续时间的分布。

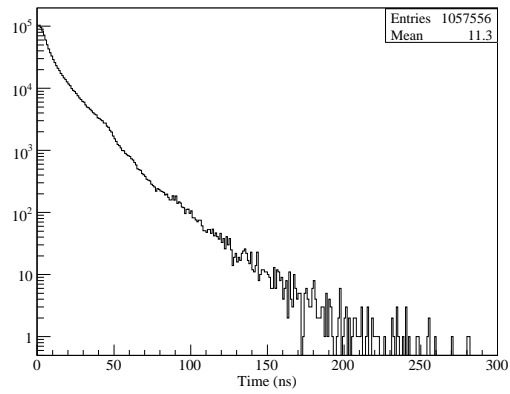


图 4.24: 中心探测器 PMT 响应时间的分布。

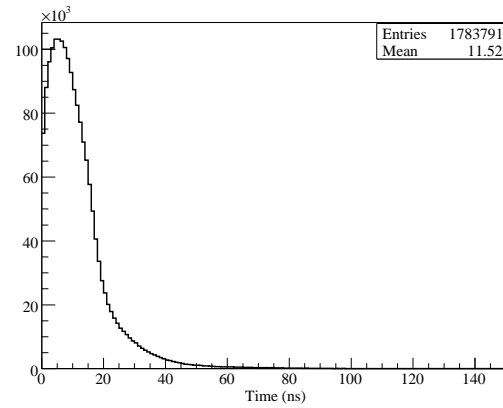


图 4.25: 中心探测器 PMT 测量时间的分布。

定。能量判选条件，对于快信号是 1-8 MeV，对于慢信号是 6-10 MeV。

中子俘获时间分布如图 4.8 所示，为了更好的显示前 10 μs 的时间分布，将土局部放大，如图 4.26 所示。前 10 μs 内时间分布并不是指数分布，这是因为，在这段时间中子主要是与原子核发生碰撞相互作用，将动能降低下来。在小于 1 μs 和大于 200 μs 的时间段内，中子的数目分别占 0.24% 和 1.7%。根据时间测量的精度，快慢信号的时间间隔测量不确定度可以达到 10 ns 以下，对应时间判选效率的误差约为 0.03%，可以忽略不记。

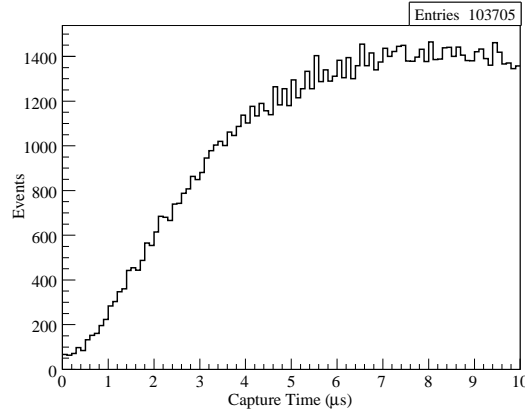


图 4.26: 中子俘获时间的上升沿，在前 10 μs 内，时间分布不成指数分布。

能量判选效率的误差由能量阈值的刻度误差决定，可以由如下公式计算：

$$\sigma_{\epsilon}^{\text{sys}} = \frac{|\epsilon((1+s)E_{\text{cut}}) - \epsilon((1-s)E_{\text{cut}})|}{2\epsilon}, \quad (4.4)$$

式中， ϵ 表示探测效率， E_{cut} 是能量阈值， s 表示由于能量刻度误差导致的能量阈值的晃动，对于 1 MeV 时为 1%，对于 6 MeV 时为 2%。根据 KamLAND 实验的经验，用 ^{68}Ge 放射源刻度，1 MeV 能量阈值刻度误差可以达到 2%。用 ^{238}Pu - ^{13}C 源放出的 6.13 MeV 能量的 γ 可以使 6 MeV 能量阈值刻度误差小于 1%。正电子和中子的能量判选误差主要由 1 MeV 和 6 MeV 处的能量判选误差决定，能量上限判选的误差可以忽略不计，这是由其能谱特征决定的。

从图 4.1 可以看出，由于 8 MeV 处能谱相对于 1 MeV 处比较平缓，能量判选误差可以忽略不计。图 4.27 将 1 MeV 处正电子能量沉积能谱放大，并加入 $13\%/\sqrt{E}$ 能量分

辨导致的能谱弥散影响。正电子湮灭液闪内，会湮灭生成两个 0.511 MeV 的 γ 光子，能量沉积最少为 1.022 MeV，但是由于有机玻璃罐吸收，或能量逃逸，有部分事例能量沉积少于 1 MeV。另一个原因是由于能量分辨的影响，由图所示，由于能量分辨，导致很多能量沉积为 1 MeV 以上的事例弥散到 1 MeV 以下，最终导致的能量判选误差小于 0.1%。图 4.28 和 4.29 显示了没有通过能量判选条件的正电子的顶点分布和能量分布。可以看到，顶点分布集中在内有机玻璃罐附近，正电子或其次级 γ 光子在有机玻璃罐中损失能量，导致能量不足 1 MeV。从能量分布可以看出，大部分没有过能量判选条件的正电子能量都很低。

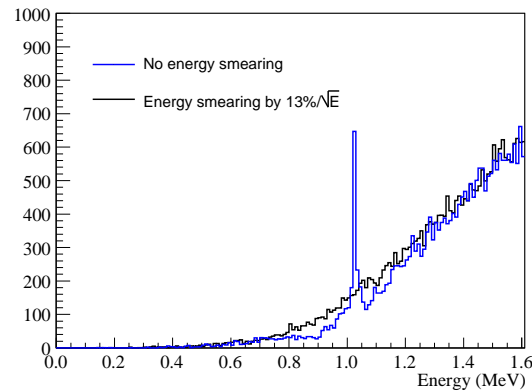


图 4.27: 正电子在 1MeV 能量阈值附近的能量沉积谱，及考虑到能量分辨影响后的能谱。在 1 MeV 附近的峰对应于湮灭产生的两个 γ 光子的能量。

对于中子事例，图 ?? 显示了能量沉积和考虑到能量分辨弥散之后的能谱。能量沉积有两个峰对应于两种钆同位素的俘获，在峰左边的事例是由于能量逃逸引起的。可以看出，在 6 MeV 附近，能谱形状是平的，能量分辨的弥散基本不起作用，主要影响来自与能量逃逸的作用。在 2% 的能量刻度误差的影响下，能量判选误差小于 0.3%。

中心探测器中的内有机玻璃罐是灵敏体积中的死体积，可以吸收粒子的能量但不产生闪烁光，会降低探测效率，增大探测效率的误差。在机械强度允许的情况下，应该尽量使用较薄的有机玻璃罐。下面对有机玻璃罐厚度从 10 cm 到 30 cm 的情况进行模拟，观察厚度对探测效率及探测效率误差的影响。

图 4.31 显示了在不同的有机玻璃罐厚度时，正电子和中子在能量阈值附近事例的分布。可见，随着厚度增加，能量阈值事例数明显变多，根据公式 4.4 可知探测效率

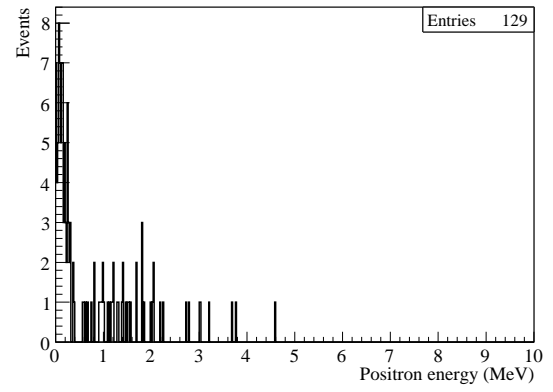
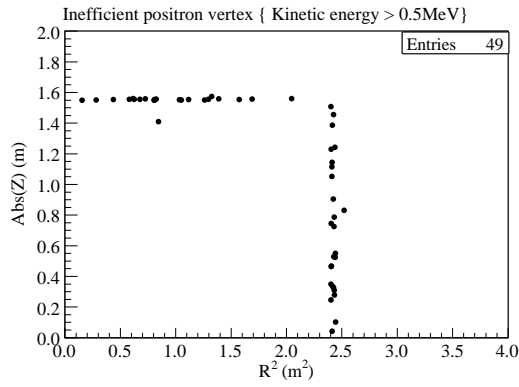


图 4.28: 没有过能量阈值的正电子产生顶点的分布。图 4.29: 没有过能量阈值的正电子的能量分布。

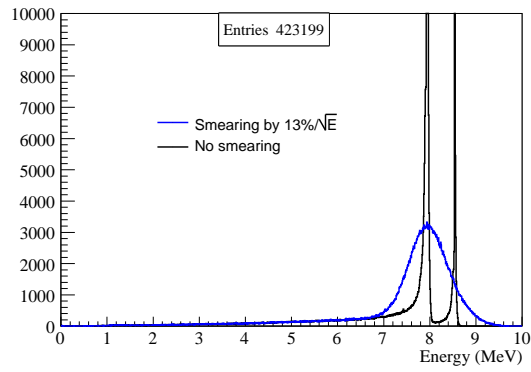


图 4.30: 中子的能量沉积谱及能量分辨的影响。

误差也会变大。表 4.2 和表 ?? 具体列出了探测效率及其误差的数值，其中 ϵ 是探测效率， $\sigma_{\epsilon}^{\text{sys}}$ 是探测效率的误差， $\sigma_{\epsilon}^{\text{stat}}$ 是由模拟事例数决定的统计误差。对于探测效率的模拟计算采用了两种方式，一种是没有经过光学模拟的，另一种是经过光学模拟的。对于没有经过光学模拟的，直接模拟出能量沉积分布，考虑能量分辨的弥散作用，然后计算出能量判选的误差，这种方法模拟速度比较快。经过光学模拟的，则得出光电子的分布，经过刻度转化为能量分布，然后再计算能量判选误差，由于需要大量事例（约 50 万）的模拟来减小计算中的统计误差，模拟大概需要一周时间才能完成。

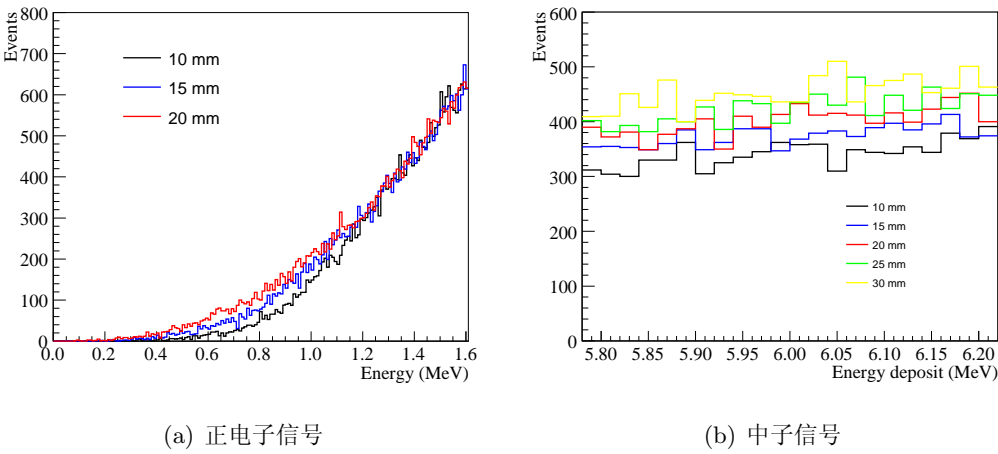


图 4.31: 不同有机玻璃罐厚度下正电子和中子在能量阈值附近事例数分布。

表 4.1: 内有机玻璃罐厚度对正电子信号探测效率及其误差的影响

厚度	有光学模拟			无光学模拟		
	ϵ	$\sigma_{\epsilon}^{\text{sys}}$	$\sigma_{\epsilon}^{\text{stat}}$	ϵ	$\sigma_{\epsilon}^{\text{sys}}$	$\sigma_{\epsilon}^{\text{stat}}$
10 mm	99.80%	0.070%	~0.020%	99.40%	0.075%	~0.015%
15 mm	99.75%	0.075%	~0.020%	99.04%	0.09%	~0.015%
20 mm	99.41%	0.10%	~0.020%	98.73%	0.10%	~0.015%

除内有机玻璃罐之外，还有内外有机玻璃罐之间的筋板也是死体积。对不同的筋板厚度进行模拟得到表 4.3 所示的结果。表中还计算了筋板与掺钆液闪体积的百分比。结

表 4.2: 内有机玻璃罐厚度对中子信号探测效率及其误差的影响

厚度	有光学模拟			无光学模拟		
	ϵ	$\sigma_{\epsilon}^{\text{sys}}$	$\sigma_{\epsilon}^{\text{stat}}$	ϵ	$\sigma_{\epsilon}^{\text{sys}}$	$\sigma_{\epsilon}^{\text{stat}}$
10 mm	91.2%	0.23%	$\sim 0.06\%$	90.7%	0.24%	$\sim 0.06\%$
15 mm	91.0%	0.24%	$\sim 0.06\%$	89.8%	0.27%	$\sim 0.06\%$
20 mm	89.7%	0.27%	$\sim 0.06\%$	89.1%	0.30%	$\sim 0.06\%$

果表明，筋板对探测效率的影响相对内有机玻璃罐来说非常小，这是由于筋板离掺钆液闪较远，对能量的吸收不如内有机玻璃罐那么强。

表 4.3: 筋板厚度对正电子和中子事例探测效率的影响。

筋板厚度(mm)	死体积百分比(%)	中子事例		正电子事例	
		ϵ	$\sigma_{\epsilon}^{\text{sys}}$	ϵ	$\sigma_{\epsilon}^{\text{sys}}$
10	0.58	89.72%	0.29%	99.01%	0.09%
20	1.2	89.60%	0.29%	99.02%	0.09%
30	1.7	89.40%	0.29%	98.96%	0.10%
40	2.3	89.34%	0.29%	98.95%	0.10%
50	2.9	89.16%	0.29%	98.92%	0.10%

博士论文：大大大亚湾中心探测器模拟与物理灵敏度研究

第五章 大亚湾 $\sin^2 2\theta_{13}$ 灵敏度的计算

本章先介绍影响 $\sin^2 2\theta_{13}$ 测量灵敏度的各种系统误差，然后介绍为计算 $\sin^2 2\theta_{13}$ 测量灵敏度开发的程序 **dybsens**，最后应用 **dybsens** 计算 $\sin^2 2\theta_{13}$ 的灵敏度

5.1 大亚湾实验的系统误差

严格控制实验误差是提高 $\sin^2 2\theta_{13}$ 测量灵敏度的关键。目前测量灵敏度最高的实验是 CHOOZ 实验 [33]，给出的结果是 $\sin^2 2\theta_{13} < 0.17$ 在 90% 置信水平。CHOOZ 实验的系统误差是 2.7%，统计误差是 2.8%。大亚湾实验的目标是使测量灵敏度达到 0.01，要达到这样的目标，大亚湾实验的误差要达到如下要求：表 5.1 中包含了三类最基本的

表 5.1: 大亚湾实验误差的要求

误差要求	近点	远点
统计误差	0.07%	$\leq 0.24\%$
探测器相关误差	$\leq 0.38\%$ /模块	
反应堆相关误差	$\leq 0.2\%$	
本底相关误差	0.3%	0.2%

系统误差误差，根据各个探测器之间或反应堆之间的误差是关联的还是独立的，系统误差可以分为关联误差和非关联误差

5.1.1 反应堆相关的误差

采用近点和远点两个探测器来测量反应堆中微子振荡，可以完全抵消来自反应堆关联误差，但是非关联误差的抵消还跟反应堆和探测器的个数及摆放位置有关。对于只有一个反应堆的实验，如果用一个近点和一个远点探测器做相对测量能够完全抵消来自反应堆的非关联误差。一般情况下，对于 N_r 个反应堆，如果有 $N_r + 1$ 个探测器，无论如何摆放，都可以完全抵消反应堆误差 [59]。对于探测器的特殊摆放位置，不需要 $N_r + 1$ 个探测器也可以完全抵消反应堆误差，如两个反应堆时，近点和远点放在两个反应堆中轴线上。对于大亚湾实验来说，有六个核反应堆核，由于大亚湾近点两个反应堆核比较集中，岭澳近点四个反应堆核比较集中，近似成两个反应堆群，用了两个近点实验厅和一个远点实验厅，只能抵消部分误差。

大亚湾近点和远点来自各个反应堆的事例率的权重的比值为：

$$\rho = \left[\alpha \sum_r \frac{\phi_r}{(L_r^{DB})^2} + \sum_r \frac{\phi_r}{(L_r^{LA})^2} \right] / \sum_r \frac{\phi_r}{(L_r^f)^2} \quad (5.1)$$

式中， $r = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ 是反应堆核的编号， ϕ_r 是来自第 r 个反应堆的中微子的通量， L_r^{DB} (L_r^{LA}) 第 r 个反应堆到大亚湾近点和岭澳近点的基线长度， α 是一个常数，合适的选择这个常数可以在不同程度上抵消非关联误差。由于反应堆误差，我们可以把通量 ϕ_r 改写成：

$$\phi_r' = (1 + \sigma_r + \sigma) \phi_r \quad (5.2)$$

式中， σ 不带反应堆指标，对各反应堆取相同值，为反应堆的关联误差， σ_r 带反应堆指标，各反应堆独立涨落，为反应堆的非关联误差。 σ 和 σ_r 的涨落假定为高斯分布，对于大亚湾实验，其分辨率为 2%。关联误差如核燃料中微子产额计算的不确定性，对于各个反应堆都是一致的，通过式 5.2 可以看出，关联误差 σ 在式 5.1 中由于近点远点相对测量而被完全抵消。非关联误差主要包括反应堆功率的误差，通过选择合适的参数 α 可以抵消大部分反应堆的非关联误差，2% 的非关联系统误差抵消之后约为 0.13% [30]。

5.1.2 探测器相关的误差

由于大亚湾探测器是近点和远点做相对测量，因此探测器的关联误差可以抵消。我们不需要知道探测器的绝对探测器效率及其误差，只需要知道近点远点探测器探测效率

的比值及其误差，或者称为探测效率的相对误差。表 5.2 列出了与探测器相关的误差，并与 CHOOZ 实验做对比，Baseline 是指通过 R&D 证明可以达到的误差水平，Goal 是指需要进一步改进和 R&D 可能达到的误差水平，Goal w/Swapping 是指通过近点远点探测器的来进一步减小系统误差之后的误差水平。

误差来源		Chooz (<i>absolute</i>)	Daya Bay (<i>relative</i>)		
			Baseline	Goal	Goal w/Swapping
靶物质中的氢核数		0.8	0.3	0.1	0.006
探测效率	能量判选	0.8	0.2	0.1	0.1
	顶点判选	0.32	0.0	0.0	0.0
	时间判选	0.4	0.1	0.03	0.03
	H/Gd 比例	1.0	0.1	0.1	0.0
	中子多重度	0.5	0.05	0.05	0.05
	触发	0	0.01	0.01	0.01
	活时间	0	<0.01	<0.01	<0.01
总的探测器相关误差		1.7	0.38	0.18	0.12

表 5.2: 探测器相关误差的比较（所有数值都是百分比，对于一个探测器模块）

5.1.3 本底相关的误差

大亚湾实验的中微子信号是由快慢信号符合构成的，本底按照形成的原因可以分为关联本底和非关联本底，关联本底是指本底的快慢信号来源于同一个源，如宇宙线引起的快中子本底和 $^8\text{He}^9\text{Li}$ 本底，非关联本底指快慢信号来自于不同的源，通过偶然符合形成的本底，如天然放射性本底。

宇宙线 μ 在探测器周围的介质中产生的中子会形成本底。由 RPC 和水契伦柯夫探测器组成的联合反符合探测器的探测效率可以达到 99.5%，因此，如果宇宙线 μ 穿过反符合探测器，通过选择合适的反符合时间窗口，可以把本底排除掉 99.5%。如果 μ 没有

穿过反符合探测器，则 μ 距离中心探测器较远，产生的中子本底也会较少。中子本底分为快中子本底和单中子本底，快中子本底是指中子能量较大时，其碰撞反冲核的能量能够形成快信号，自身俘获后形成慢信号，为关联本底。单中子本底是指中子能量较低，其反冲核能量不足以产生快信号，只能产生中子俘获的慢信号，这类中子可以与天然放射性形成偶然符合本底。表 5.3 列出了大亚湾实验三个实验点产生的快中子和单中子本底。

		大亚湾近点	岭澳近点	远点
快中子 (/天/模块)	标记的	19.6	13.1	2.0
	未标记的	0.5	0.35	0.03
单中子 (/天/模块)	标记的	476	320	45
	未标记的	8.5	5.7	0.63

表 5.3: 大亚湾实验快中子本底和单中子本底，每天每个模块的个数。标记的本底指 μ 穿过探测器的情况，根据探测效率，99.5% 会被排除掉，未标记的本底指 μ 没有穿过探测器的情况。

有些宇宙线 μ 会在探测器中产生放射性核素，即使 μ 被反符合探测器检测到，但是由于某些放射性核素寿命比较长，达到秒量级，那么就不能通过反符合时间窗排除。在这些放射性核素中，有些能够发生 β 缓发中子发射，如 ^8He 和 ^9Li ，它们会先释放出一个电子子形成快信号，然后释放出中子形成慢信号。

天然放射性本底包括 U、Th、K、Co、Rn、Kr 等放射元素或其衰变链中的放射性元素，它们的能量通常不会超过 6 MeV，只能形成快信号，第 4.1.4 节有关于它们的模拟结果。

表 5.4 列出了各种本底与信号事例率的比值。在减除本底的时候，我们假设对本底事例率的不确定度为 100%，那么它们与信号事例率的比值就是本底带来的误差大小。

	大亚湾近点	岭澳近点	远点
中微子信号 (/天/模块)	930	760	90
天然放射性/信号	<0.2%	<0.2%	<0.1%
快中子/信号	0.1%	0.1%	0.1%
$^8\text{He}^9\text{Li}$ 本底/信号	0.3%	0.2%	0.2%

表 5.4: 中微子信号和本底事例率的比值。

5.2 $\sin^2 2\theta_{13}$ 灵敏度计算程序 dybsens

5.2.1 χ^2 函数

根据反应堆中微子振荡公式 1.32，大亚湾实验通过测量近点和远点的中微子能谱（包括谱形和计数）来确定 $\sin^2 2\theta_{13}$ 。如果 $\sin^2 2\theta_{13}$ 不为零，则测量得到的中微子能谱与没有振荡的能谱有一个差别。在 $\sin^2 2\theta_{13} \sim 0.01$ 时，这个差别小于 1%，许多系统误差对 $\sin^2 2\theta_{13}$ 的灵敏度有影响，并且这些系统误差之间还可能存在关联性。要分析这些系统误差及其关联性，可以通过构造一个带有 pull 项的 χ^2 函数 [60, 61, 62, 63]，**dybsens** 程序中定义的 χ^2 函数如下：

$$\chi^2 = \min_{\gamma} \sum_{d=1}^8 \sum_{i=1}^{N_{bin}} \frac{[M_i^d - T_i^d (1 + \alpha_R + \sum_r \omega_r^d \alpha_r + \beta_i + \varepsilon_D + \varepsilon^d) - \eta_{cal}^d \Delta T_i^d - \eta_f^d F_i^d - \eta_a^d A_i^d - \eta_h^d H_i^d]^2}{T_i^d + \sigma_{b2b}^2} + \frac{\alpha_R^2}{\sigma_R^2} + \sum_r \frac{\alpha_r^2}{\sigma_r^2} + \sum_{i=1}^{N_{bins}} \frac{\beta_i^2}{\sigma_{shp}^2} + \frac{\varepsilon_D^2}{\sigma_D^2} + \sum_{d=1}^8 \left[\left(\frac{\varepsilon^d}{\sigma_d} \right)^2 + \left(\frac{\eta_{cal}^d}{\sigma_{cal}^d} \right)^2 + \left(\frac{\eta_f^d}{\sigma_f^d} \right)^2 + \left(\frac{\eta_a^d}{\sigma_a^d} \right)^2 + \left(\frac{\eta_h^d}{\sigma_h^d} \right)^2 \right]. \quad (5.3)$$

式中， d 是中心探测器模块的指标，一共有 8 个模块， i 是指能量道，一共有 N_{bin} 个能量道， γ 代表最小化参数集， $\gamma = \{\alpha_R, \alpha_r, \beta_i, \varepsilon_D, \varepsilon^d, \eta_{cal}^d, \eta_f^d, \eta_a^d, \eta_h^d\}$ 。 γ 中的各参数引入了各项误差，假定这些参数都是高斯分布，则相应的高斯分布的标准误差对应参数 $\{\sigma_R, \sigma_r, \sigma_{shp}, \sigma_D, \sigma_d, \sigma_{cal}^d, \sigma_f^d, \sigma_a^d, \sigma_h^d\}$ 。 T_i^d 是在探测器模块 d 能量道 i 上的理论预测事例数， M_i^d 是相应的测量事例数。 ΔT_i^d 是由能量刻度误差导致的各个能量道事例数的涨落。 F_i^d 、 A_i^d 和 H_i^d 分别指快中子本底、天然放射性本底和 $^8\text{He}^9\text{Li}$ 本底的事例数。

χ^2 函数中的各项误差解释如下：

- 反应堆相关的关联误差为 $\sigma_R \approx 2\%$ ，由于近点和远点探测器的相对测量，反应堆相关的关联误差会被抵消，对灵敏度没有影响。

- 反应堆相关的关联误差为 $\sigma_r \approx 2\%$ ，它们对灵敏度的影响跟权重 ω_r^d 有关， ω_r^d 表示各反应堆到探测器 r 的中微子事例数的权重，与基线长度有关，在最小化之后， $\sum_r \omega_r^d \alpha_r$ 只会贡献约 0.1% 得不确定度。与第 5.1.1 节的分析结果一致。
- 谱形的误差为 $\sigma_{shp} \approx 2\%$ ，谱形的误差时在计算反应堆中微子能谱的时候引入的误差，对于不同的能量道是非关联的，但是对于不同探测器是关联的。近代探测器有足够的事例数，能够测量中微子能谱达到 2% 的精度以上，谱形误差对灵敏度基本无影响。
- 探测器相关的关联误差为 $\sigma_D \approx 2\%$ 。它们对所有探测器都是一样的，例如中子俘获时间、H/Gd 比等，如果对近点远点采用同一批次的液闪，这些因素引起的误差对所有探测器几乎一样。由于近点远点相对测量，这些误差对灵敏度基本无影响。
- 探测器相关的非关联误差为 $\sigma_d \approx 0.38\%$ ，它们对于各个探测器独立涨落。对灵敏度的影响最大。
- 由于刻度误差，导致测量的中微子能谱有平移或伸缩导致的误差为 $\sigma_{cal} \approx 1\%$ ，会导致各能量道事例数有个系统地涨落 ΔT_i^d 。
- 本底相关的误差为 σ_f^d 、 σ_a^d 和 σ_h^d ，分别对应于快中子本底、天然放射性本底和 ${}^8\text{He}^9\text{Li}$ 本底
- Bin-to-Bin 误差 σ_{b2b} ，Bin-to-Bin 误差对于能量道和探测器都是非关联的。大亚湾实验假定 Bin-to-Bin 误差为 0.3%，与本底误差处于同一水平。

在程序 **dybsens** 中，能谱的理论值 T_i^d 和测量值 M_i^d 都是通过理论计算得出。我们假设 $\sin^2 2\theta_{13} = 0$ ，即中微子无振荡，计算出测量值 M_i^d ，对于非零的 $\sin^2 2\theta_{13}$ ，计算理论值 T_i^d ，然后对参数 $\gamma = \{\alpha_c, \alpha_r, \beta_i, \varepsilon_D, \varepsilon^d, \eta_f^d, \eta_a^d, \eta_h^d\}$ 极小化，求出 χ^2 函数的值，最终得到 χ^2 函数曲线，曲线的变量就是 $\sin^2 2\theta_{13}$ 的值。求出函数曲线的最小值 χ_{min}^2 ，然后找到一个 $\sin^2 2\bar{\theta}_{13}$ 的值，使 $\chi^2(\sin^2 2\bar{\theta}_{13}) - \chi_{min}^2 = 2.7$ (2.7 对应于一个参数时的 90% 置信水平)，则 $\sin^2 2\bar{\theta}_{13}$ 的值就是 90% 置信水平下测量 $\sin^2 2\theta_{13}$ 的灵敏度。

5.2.2 dybsens 程序介绍

dybsens 是用 C++ 语言编程，面向对象的用来计算大亚湾 $\sin^2 2\theta_{13}$ 灵敏度的程序，程序调用了 ROOT 程序包，使用了 ROOT 中一些画函数曲线和直方图的工具，调用 Minuit 进行最小化。下面详细介绍程序定义的各个类：

dybNeutrinoFlux 定义反应堆中微子流强。反应堆主要有四种燃料 ^{235}U 、 ^{239}Pu 、 ^{238}U 和 ^{241}Pu ，一个广泛使用的参数化公式为 [64]：

$$\begin{aligned}\phi(E) = & 0.58\text{Exp}(0.870 - 0.160E - 0.091E^2) \\ & + 0.30\text{Exp}(0.896 - 0.239E - 0.0981E^2) \\ & + 0.07\text{Exp}(0.976 - 0.162E - 0.0790E^2) \\ & + 0.05\text{Exp}(0.793 - 0.080E - 0.1085E^2),\end{aligned}\quad (5.4)$$

式中的四项对应于四种主要燃料，系数对应于来自四种燃料中微子的比例， E 即为中微子能量。类的数据成员有公式 5.4 中的参数和反应堆的功率。

dybIBDCrossSection 定义反应堆中微子的反 β 衰变反应截面，采用了文献 [65] 中的中微子反应截面公式。

dybNeutrinoSpectrum 根据中微子流强和反应截面计算中微子无振荡的能谱，图 5.1 显示了计算得到的中微子能谱及采用的中微子流强和反应截面。计算了在一公里远，每吨探测器每 GW 探测器功率每天可以收到的中微子事例数，其结果为 0.953/吨/GW/天。

dybBackground 计算三种主要本底的能谱，图 5.2 显示了快中子本底、天然放射性本底和 $^8\text{He}^9\text{Li}$ 本底的曲线。快中子本底近似为均匀分布，天然放射性本底近似于指数衰减， $^8\text{He}^9\text{Li}$ 本底根据衰变产物满足一定能量分布。我们保守的假设这些本底与信号的比例对所有探测器模块都为 0.3%，从而可以计算出本底在每个能量道的事例数。

dybOscillationParameter 定义振荡参数。程序中涉及到了反应堆中微子振荡中的四个参数： θ_{12} 、 θ_{13} 、 Δm_{21}^2 和 Δm_{32}^2 ，定义这个类主要是为了便于计算混合角的三角函数，及振荡参数的传递和赋值。

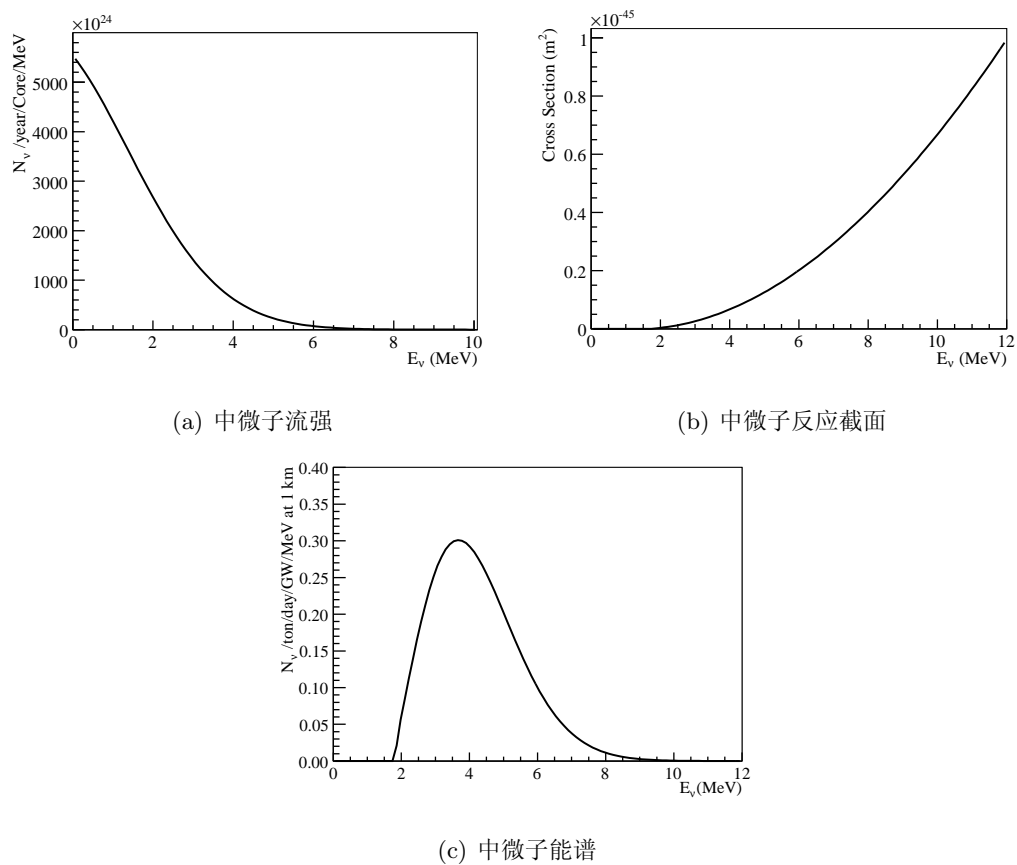


图 5.1: 中微子流强、反应截面和能谱，能谱是未经中微子振荡的能谱。

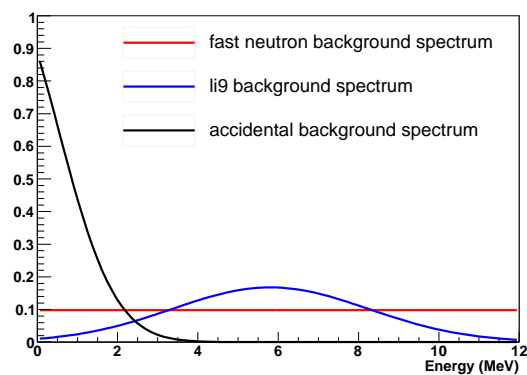


图 5.2: 大亚湾探测器的三种主要本底的能谱

dybNeutrinoOscillation 定义了两个反应堆中微子振荡存活概率的近似公式。根据公式 1.29, 如果忽略 Δm_{32}^2 和 Δm_{31}^2 的差别, 可以近似得到公式:

$$P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) = 1 - \cos^4(\theta_{13}) \sin^2(2\theta_{12}) \sin^2(\Delta_{21}) - \sin^2(2\theta_{13}) \sin^2(\Delta_{32}), \quad (5.5)$$

这个公式适用于中等基线的反应堆中微子实验。对于短基线反应堆中微子实验, 可以进一步忽略 $\sin^2(\Delta_{21})$, 近似得到公式:

$$P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) = 1 - \sin^2(2\theta_{13}) \sin^2(\Delta_{32}), \quad (5.6)$$

对于大亚湾使用, 用近似公式 5.6 完全满足要求。

dybDetector 定义了探测器模块, 计算探测器探测到的中微子能谱, 为未振荡能谱与振荡公式的乘积。每个探测器都接收到所有反应堆的中微子, 根据基线长度及振荡公式计算来自各个反应堆的中微子构成的中微子能谱, 如公式 5.7 所示:

$$N_{det}(E) = \frac{N_p}{4\pi L^2} \epsilon(E) \sigma(E) F(E) P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) \quad (5.7)$$

式中, $N_{det}(E)$ 是探测器探测到的能谱, N_p 是探测器靶中的氢核数, $\epsilon(E)$ 是探测效率, 对于大亚湾探测器是一个常数, $\sigma(E)$ 是反应截面, $F(E)$ 是来自反应堆的中微子通量, $P(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e)$ 即为中微子存活几率。

dybExperiment 由各个探测器的信息组成实验的定义。根据能量窗口, 和能量道的宽带, 将每个探测器探测到的中微子能谱填成直方图。同时根据本底能谱及本底与信号的比例, 将本底能谱也填成直方图。

dybChiFunction 定义了 χ^2 函数, 其类成员包括各项系统误差, 调用 Minuit 程序包进行函数最小化。最小化参数个数跟探测器模块数, 反应堆核的个数有关, 有默认情况下, 一共有 78 个最小化参数。

5.2.3 能量分辨和能量刻度

与大亚湾的设计报告 [30] 第二章的 χ^2 函数定义不同的是, **dybsens** 程序考虑到了能量分辨和能力刻度误差对灵敏度的影响, 虽然这两个因素对灵敏度影响不大。

能量分辨的作用就是谱形的展宽，大亚湾探测器的能力分辨约为 $12\%/\sqrt{E}$ 。考虑能量分辨的影响，可以对高斯分布与中微子谱的卷积，但是必须每次在扫描振荡参数 $\sin^2 2\theta_{13}$ 的时候都要做卷积。**dybsens** 程序把卷积化成求和：

$$T'_i = \sum_{j=1}^{N_{bin}} \omega(E_j - E_i) T_j \quad (5.8)$$

$$\omega(E_j - E_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{|E_j - E_i| - \Delta E/2}^{|E_j - E_i| + \Delta E/2} e^{-\frac{E^2}{2\sigma^2}} dE \quad (5.9)$$

式中， i 和 j 是指能量道， T_j 是考虑能量分辨之前的第 j 道的计数， T'_i 是考虑能量分辨之后的第 i 道的计数， E_i 和 E_j 是指相应能量道的能量中心值。 $\omega(E_j - E_i)$ 表示一个权重，可见，如果第 i 和第 j 道距离越远，那么第 j 道中的事例由于能量展宽进入第 i 道的概率越小， σ 是指能量分辨率。用公式 5.8 可以计算进过能量分辨展宽的中微子能谱。

能量刻度误差可以导致中微子谱形失真，发生平移或伸缩，考虑至一阶谱形失真，则中微子能量 E 由于刻度误差可能变成 $E' = (1 + a)E + b$ ， a 和 b 分布代表了谱形的伸缩和平移失真，其大小视能量刻度误差大小而定。在这个误差影响下，每个能量道的事例数会发生变化 $\Delta T_i = (E' - E)dT/dE$ ， dT/dE 是指能谱的斜率。

5.3 dybsens 的应用

5.3.1 影响 $\sin^2 2\theta_{13}$ 灵敏度的参数

dybsens 中的一系列参数都对 $\sin^2 2\theta_{13}$ 灵敏度有影响，下面分别研究了振荡参数 Δm_{32}^2 、实验天数、能量分辨率和能量道数对灵敏度的影响。

从公式 5.6 可以看出，反应堆中微子存活几率与振荡参数 $(\sin^2 2\theta_{13}, \Delta m_{32}^2)$ 有关。在默认情况下，计算的 $\sin^2 2\theta_{13}$ 的灵敏度是在 Δm_{32}^2 的最佳拟合值（参考表 1.1.3）处 2.4×10^{-3} eV。从振荡公式中的因子 $\Delta_{32} = 1.27 \Delta m_{32}^2 L/E$ 来看， Δm_{32}^2 的值影响实验的最佳基线长度的选定。图 5.3 显示了大亚湾实验灵敏度在 $(\sin^2 2\theta_{13}, \Delta m_{32}^2)$ 平面上的变化，图中显示了 **dybsens** 程序计算结果，并与大亚湾设计报告 TDR 中的结果进行了对比，发现两者结果基本一致。TDR 中的结果是由一个 Fortran 语言编写的程序计算完成的，其计算结果可以与 **dybsens** 互相验证。从图上可以看出，在 Δm_{32}^2 的 3σ 误差范围 $(2.07 - 2.75) \times 10^{-3}$ eV 内， $\sin^2 2\theta_{13}$ 的灵敏度都 < 0.01 。

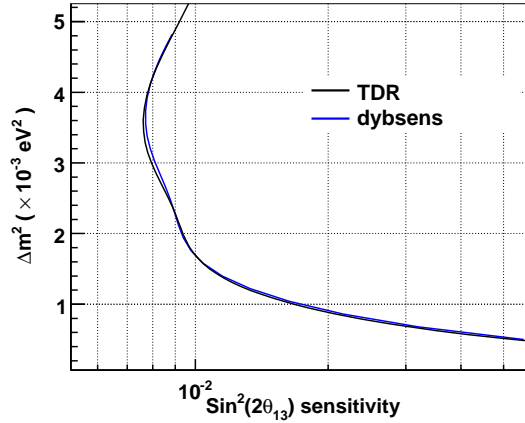


图 5.3: 大亚湾实验灵敏度随 Δm_{32}^2 的变化关系, 显示了 **dybsens** 程序 (蓝线) 和大亚湾设计报告 TDR 中 (黑线) 的结果。

大亚湾实验设计实验时间为三年, 就能达到实验目标。由于反应堆核电厂的反应堆要进行维护, 换装核燃料等工作, 这期间反应堆不工作, 没有中微子发出, 但是每年至少会工作 300 天以上。图 5.4 显示了灵敏度与实验天数的关系, 可见, 在 900 天的实验时间后, 就能够达到实验目标。从图上还可以看出, 随着实验天数增长, 灵敏度曲线先降低的很快, 然后趋于平缓, 这与预期结果一致。系统误差一般不会发生变化, 随着实验天数增长, 统计误差总在降低。在实验天数很少的时候, 统计误差很大, 在总误差中占支配地位, 所以随着实验天数增长, 总误差迅速降低, 灵敏度曲线下下降很快。而达到一定天数之后, 统计误差比系统误差还小, 那么所以随着实验天数增长, 总误差基本不会变化, 灵敏度曲线趋于平缓。由此看来, 要提高大亚湾实验的灵敏度, 必须同时降低系统误差和统计误差才能达到。

图 5.5 显示了灵敏度与能力分辨率的关系, 可以看到能量分辨率基本无影响。这与中微子谱形特点有关, 中微子能谱本身比较宽且平滑, 能量分辨的展宽导致的影响不大。

图 5.6 显示了灵敏度与能量道数的关系。在能量道为 1 的时候, 所有中微子事例都在一个能量道上, 也就是说这时用的信息只包含了中微子总事例数, 不包括中微子谱形的信息, 这样达不到 0.01 的灵敏度。在能量道数达到 40 以后, 中微子振荡导致的谱形畸变信息得到充分引用, 能量道数再多, 灵敏度的改善不大。

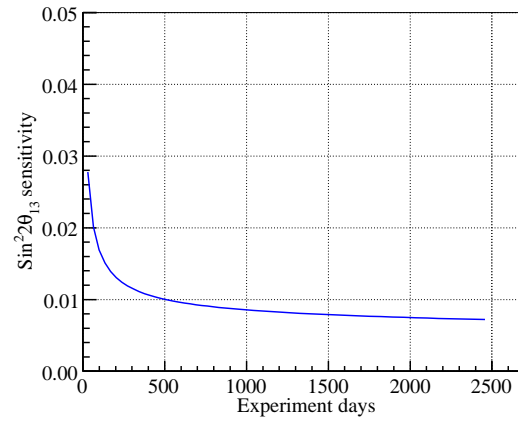


图 5.4: 大亚湾实验灵敏度随实验天数的变化关系，900 天的实验时间完全能够达到实验目标。

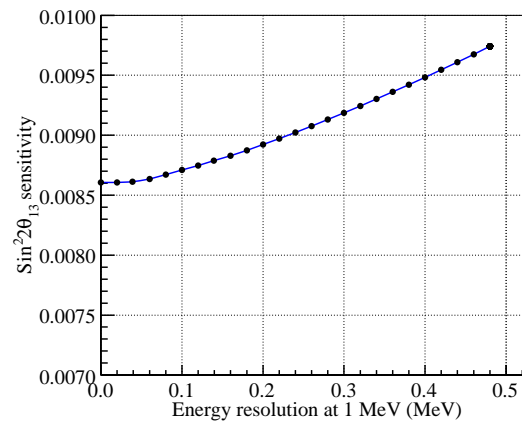


图 5.5: 大亚湾实验灵敏度随能量分辨的变化关系。

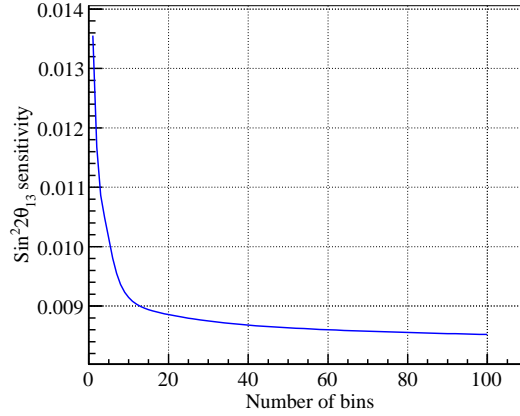


图 5.6: 大亚湾实验灵敏度随能量道数的变化关系。

5.3.2 核废料对灵敏度的影响

这一节计算了核废料对灵敏度的影响 [66]，反应堆放出中微子外，在反应堆附近存放的核废料也会放出中微子，这些中微子可能会干扰反应堆中微子的探测。一般的反应堆中的燃料会每 18 个月会更换 1/3 的核燃料，核废料存放在一个离反应堆不远的水池里面。五年之后水池中的核废料才会被移走。

核废料与核燃料发出中微子的反应时不同的，核燃料是在剧烈的核裂变的时候发出中微子，核废料是某些长寿命的核素发生 β 衰变发出中微子。如果知道这些核素的 β 能谱，就可以推算出发出的中微子能谱。核废料中的中微子同样是与探测器发生反 β 衰变的反应被探测器探测到，图 5.7 显示了核废料发出的中微子流能谱、反应截面和探测器探测到的能谱。

随着核废料的活度的变化，核废料中的中微子流强也会发生变化，对五年时间作平均计算核废料的中微子流强与反应堆中微子流强的比值大约为 0.0011 [66]。保守估计，核废料对探测器探测到的中微子事例的贡献 $< 0.2\%$ 。由于确切的计算结果依赖于反应堆核燃料的数据，因此，这里的计算结果误差很大，这里保守估计核废料事例率的计算误差为 100%

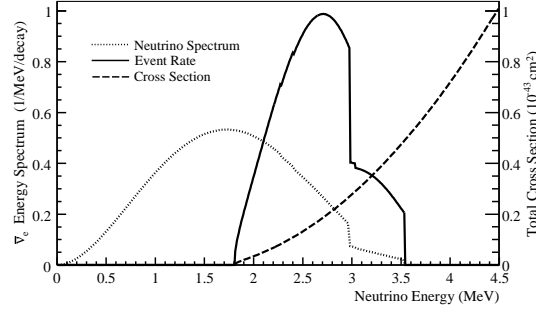


图 5.7: 核废料发出的中微子能谱 (Neutrino Spectrum) 和探测到的能谱 (Event Rate)，以及反应截面 (Cross Section)。

为了计算核废料对 $\sin^2 2\theta_{13}$ 测量灵敏度的影响，构造了新的 χ^2 函数，其表达式如下：

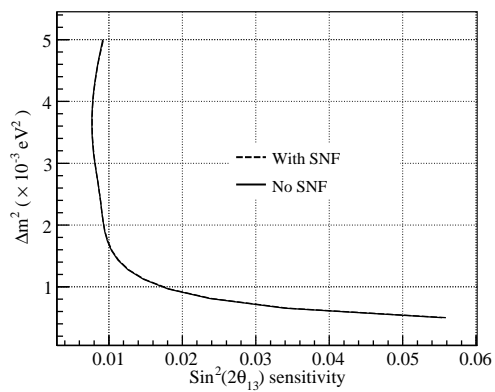
$$\chi^2 = \min_{\gamma} \sum_{d=1}^8 \sum_{i=1}^{N_{bins}} \frac{[M_i^d - T_i^d (1 + \alpha_c + \sum_r \omega_r^d \alpha_r + \beta_i + \varepsilon_D + \varepsilon^d) - S_i^d (\sum_s \omega_s^d \alpha_s) - \eta_f^d F_i^d - \eta_a^d A_i^d - \eta_h^d H_i^d]^2}{T_i^d + \sigma_{b2b}^2} + \frac{\alpha_c^2}{\sigma_c^2} + \sum_r \frac{\alpha_r^2}{\sigma_r^2} + \sum_s \frac{\alpha_s^2}{\sigma_s^2} + \sum_{i=1}^{N_{bins}} \frac{\beta_i^2}{\sigma_{shp}^2} + \frac{\varepsilon_D^2}{\sigma_D^2} + \sum_{d=1}^8 \left[\left(\frac{\varepsilon^d}{\sigma_d} \right)^2 + \left(\frac{\eta_f^d}{\sigma_f^d} \right)^2 + \left(\frac{\eta_a^d}{\sigma_a^d} \right)^2 + \left(\frac{\eta_h^d}{\sigma_h^d} \right)^2 \right]. \quad (5.10)$$

公式 5.10 和公式 5.3 相比，多了一项核废料的误差 $\sigma_s \approx 100\%$ 。假定核废料水池有六个，核废料指标 $s = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ ，权重因子 ω_s^d 表示核废料 s 对探测器 d 的贡献百分比， S_i^d 为计算得到的核废料的中微子能谱。由于不清楚核废料水池的位置，我们假设了两种情况：第一种是假设核废料与反应堆重合，即核废料被移除反应堆前；第二种是核废料放在反应堆 100 m 范围内的一个最坏的位置，与反应堆处于基线最优化的位置相反。

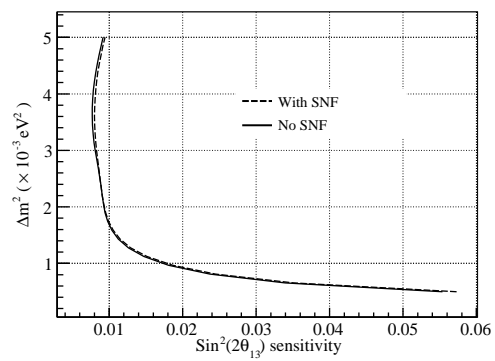
对于第一种情况，可以预见，由于核废料事例率小于反应堆中微子事例率的 0.2%，另外由于处于同一位置，核废料和反应堆非关联误差的抵消情况相同，核废料引起的误差会被反应堆中微子本身的涨落完全覆盖。图 5.8 的左图显示了在考虑核废料影响后，灵敏度曲线在平面 $(\sin^2 2\theta_{13}, \Delta m_{32}^2)$ 上的变化，可以看到两条曲线基本重合，核废料对灵敏度没有影响。

对于第二种情况，与第一种情况不同的是，由于核废料放置在一个对于误差抵消最不利的位置，核废料影响会变大。图 5.8 的右图显示了在考虑核废料影响后，灵敏度曲线在平面 $(\sin^2 2\theta_{13}, \Delta m_{32}^2)$ 上的变化，可以看到两条曲线只有微小差别，核废料对灵

敏度的影响可以忽略。



(a) 第一种核废料位置情况



(b) 第二种核废料位置情况

图 5.8: 核废料对大亚湾灵敏度曲线的影响, 左图对应第一种情况, 两条曲线重合, 右图对应第二种情况, 两条曲线只有微小差别

博士论文：大大大亚湾中心探测器模拟与物理灵敏度研究

第六章 反应堆中微子测量质量等级

本章探讨了用反应堆中微子测量质量等级的可能性，包括探测的原理，数据分析方法和对实验条件的要求。

6.1 质量等级测量的原理

6.1.1 质量等级的测量的几种方法

中微子质量等级是到目前为止未知的中微子振荡参数之一，对于三个中微子质量本征态的质量 m_1 、 m_2 和 m_3 ，已经确定的是 $m_1 < m_2$ ，但是还不能确定是 $m_2 < m_3$ 还是 $m_3 < m_1$ ，这两种情况分别称为正质量等级（NH）和反质量等级（IH）。中微子振荡实验测量的是中微子质量的平方差 $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$ ， m_i 和 m_j 分别表示中微子第 i 和第 j 个质量本征态的质量。表 1.1.3 给出了实验测量到的两个中微子质量平方差的结果： $\Delta m_{21}^2 = 7.65 \times 10^{-5} \text{eV}^2$ ， $\Delta m_{32}^2 = 2.4 \times 10^{-3} \text{eV}^2$ 。对于中微子质量平方差有如下关系成立：

$$\begin{aligned}\Delta m_{31}^2 &= \Delta m_{32}^2 + \Delta m_{21}^2 \\ \text{NH: } |\Delta m_{31}^2| &= |\Delta m_{32}^2| + |\Delta m_{21}^2|, \quad |\Delta m_{31}^2| > |\Delta m_{32}^2| \\ \text{IH: } |\Delta m_{31}^2| &= |\Delta m_{32}^2| - |\Delta m_{21}^2|, \quad |\Delta m_{31}^2| < |\Delta m_{32}^2|\end{aligned}\quad (6.1)$$

从公式 6.1 可以看出，如果能测量出 $|\Delta m_{31}^2|$ 和 $|\Delta m_{32}^2|$ 的相对大小，就可以定出中微子的质量等级，但是它们的差别只有 3%，现在的实验测量误差比这大的多，因此还无法确定中微子的质量等级。

长基线加速器中微子振荡实验，如 T2KK 实验 [17] 和 NOvA 实验 [18, 19]，有可能测量质量等级。加速器中微子 $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ 的振荡概率，如公式 1.33 所示，受到物质效应的影响。根据公式 1.36，分别测正中微子和反中微子的振荡概率，可以确定质量等级。这种测量方法依赖于 θ_{13} 的大小，要求 $\sin^2 2\theta_{13} > 0.03$ ，另外还存在 CP 相角和质量等级的简并。

通过精确测量反应堆中微子的振荡能谱也有可能测定质量等级 [20, 21]，需要的测量精度和统计量非常高。文献 [22] 提出了一种用傅里叶分析的方法来对中微子能谱进行变换，突出显示中微子质量等级的信息。文献 [23, 67] 提出了一种用傅里叶正弦和余弦变换的方法确定中微子质量等级，并对实验条件提出了要求。

6.1.2 中等基线反应堆中微子振荡

对于反应堆中微子振荡，存活几率公式 1.29 可以根据不同振荡频率写成三项如下：

$$\begin{aligned} P_{ee} &= 1 - P_{21} - P_{31} - P_{32} \\ P_{21} &= \cos^4(\theta_{13}) \sin^2(2\theta_{12}) \sin^2(\Delta_{21}) \\ P_{31} &= \cos^2(\theta_{12}) \sin^2(2\theta_{13}) \sin^2(\Delta_{31}) \\ P_{32} &= \sin^2(\theta_{12}) \sin^2(2\theta_{13}) \sin^2(\Delta_{32}) \end{aligned} \quad (6.2)$$

式中， $\Delta_{ij} = 1.27 \Delta m_{ij}^2 L/E$ 。可以把 P_{ee} 记为 $P_{ee}(L/E)$ ，即表达成 L/E 的函数，那么 $P_{ee}(L/E)$ 包含了三种在 L/E 函数空间内的振荡， P_{21} 、 P_{32} 和 P_{31} 。振荡频率正比于其对应的中微子质量平方差 $|\Delta m_{ij}^2|$ ，根据表 1.1.3 中的振荡参数的拟合值，可以知道三种频率振荡的幅度的比例约为 40:2:1。公式 6.2 中的 $1 - P_{21}$ 成分占主导作用，振荡频率比较低， P_{32} 和 P_{31} 成分包含了中微子质量等级的信息，振荡频率比较高，其强度受到小量 $\sin^2(2\theta_{13})$ 的压低。

探测器观测到的中微子能谱在基线长度为 L 时为：

$$F(L/E) = \phi(E) \sigma(E) P_{ee}(L/E) \quad (6.3)$$

式中 $\phi(E)$ 和 $\sigma(E)$ 分别是中微子的通量和反应截面，在上一章中已有详述。这里把中微子能谱表示成 L/E 的函数而不是 E 的函数，是因为在 L/E 空间中，振荡存活概率 P_{ee} 是周期函数。图 6.1 显示了在 60 km 处中微子振荡的能谱和忽略 P_{32} 、 P_{31} 的能谱，

同时显示了未振荡时候的能谱。之所以选择在 60 km 附近，是因为此时 P_{21} 振荡达到极大，公式 6.2 中 P_{32} 和 P_{31} 成分会比较强。图上显示了两种频率的振荡，一种是 P_{21} 的低频振荡，振荡幅度较大，另一种是 P_{32} 和 P_{31} 的高频振荡，幅度比较小。

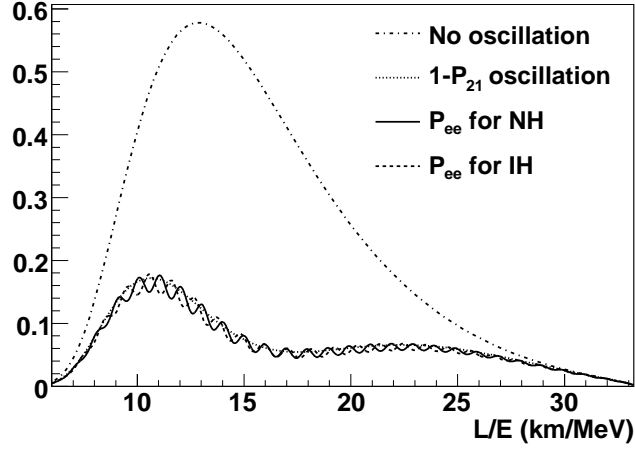


图 6.1: 中微子在 60 km 处振荡的能谱点破折线表示的是未振荡时候的能谱 (No oscillation)，点画线表示的是只有 $1 - P_{21}$ 成分时振荡的能谱，其他两条线分别表示在正质量等级 (NH) 和反质量等级 (IH) 时的振荡能谱，为了放大小振荡以利于观察， $\sin^2(2\theta_{13})$ 值设为 0.1。

6.2 数据分析方法

从图 6.1 可以看到，正质量等级和反质量等级在 L/E 的能谱图上差别非常小，由于谱形具有一定规律的振荡，如果对 L/E 的能谱进行傅里叶变换，则 L/E 的能谱会变成 Δm^2 的曲线。能谱中主要有三种频率的振荡，可以预见其傅里叶变换谱会有三个峰，分别对应质量平方差 Δm_{21}^2 、 Δm_{32}^2 和 Δm_{31}^2 。如果能确定确定 Δm_{32}^2 和 Δm_{31}^2 对应的峰的左右位置，既可以确定它们的相对大小，从而确定出中微子的质量等级。下面分两个层次进行分析：第一个层次是使用理论计算的中微子能谱，进行傅里叶变换，从解析的函数曲线中得到中微子质量等级的信息；第二个层次是假定一定的实验条件，模拟产生实验测量数据，对数据进行傅里叶变换，得到中微子质量等级的信息。

6.2.1 理论能谱的傅里叶变换

从振荡公式 6.2 可以看出, L/E 和 Δm_{ij}^2 是傅里叶变换对, 对公式 6.3 中微子的能谱 $F(L/E)$ 进行如下的傅里叶变换:

$$F(\omega) = \int_{t_{min}}^{t_{max}} F(L/E) e^{-i\omega t} dt = |FT(\omega)| e^{-i\alpha t_{min}} = L/E_{max}, \quad t_{max} = L/E_{min} \quad (6.4)$$

式中, $t = L/E$, E_{min} 到 E_{max} 是中微子能谱的范围, $\omega = 2.54\delta m^2$ 。变换后得到函数 $F(\omega)$ 是属于 δm^2 空间的函数, 从这个函数上可以直接观察中微子振荡频率的分布。图 6.2 显示了变换后的振荡频率即 δm^2 的谱形。 P_{21} 振荡成分对应 $\Delta m_{21}^2 = 7.65 \times 10^{-5} \text{eV}^2$, 属于低频振荡, P_{32} 和 P_{31} 分别对应于振荡频率 $\delta m^2 \approx 2.4 \times 10^{-3} \text{eV}^2$ 附近的峰, 在图上可以看的比较清楚。除了这三种特征频率之外, 还有震荡公式中的常数项 1 和中微子能谱本身的影响, 这些属于噪音, 这些噪音频率很低, 从图上看一般在 $\delta m^2 = 0.001 \times 10^{-3} \text{eV}^2$ 以下。

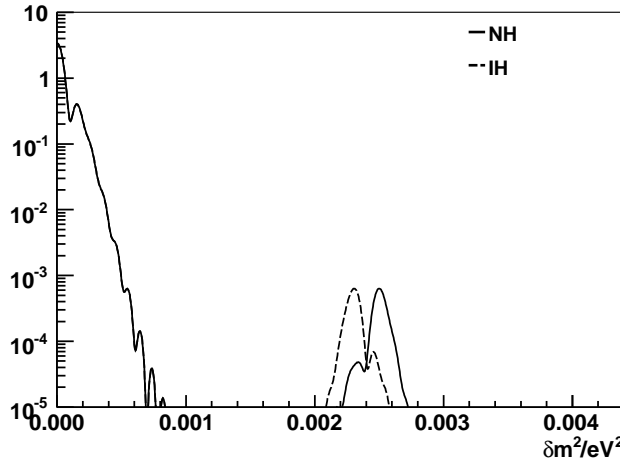


图 6.2: 中微子能谱的傅里叶变换全谱, 实线对应正质量等级的情况, 虚线对应反质量等级的情况, 谱形对应于 $\sin^2(2\theta_{13}) = 0.03$ 的情况

要确定中微子的质量等级, 可以通过确定傅里叶变换谱中的 Δm_{32}^2 和 Δm_{31}^2 对应的峰的左右相对位置, 这两个峰附近的谱形带有质量等级的信息。我们取局部的谱形进行放大, 范围为 $1.8 \times 10^{-3} \text{eV}^2 < \delta m^2 < 3.0 \times 10^{-3} \text{eV}^2$, 谱形显示于图 6.3 上。从图上看, 傅里叶变换谱有两个峰, 幅度大的对应于 Δm_{31}^2 的峰, 幅度小的对应于 Δm_{32}^2 的

峰，因为从振荡公式可以看出 P_{31} 振荡幅度大于 P_{32} 的幅度。根据公式 6.1 对于正质量等级，有 $|\Delta m_{31}^2| > |\Delta m_{32}^2|$ ，所以大峰左边有个小峰形成的肩膀；对于反质量等级，有 $|\Delta m_{31}^2| < |\Delta m_{32}^2|$ ，所以大峰右边有个小峰形成的肩膀。因此我们可以根据傅里叶变换谱的左边还是右边有小肩膀来确定中微子质量等级是正还是反。

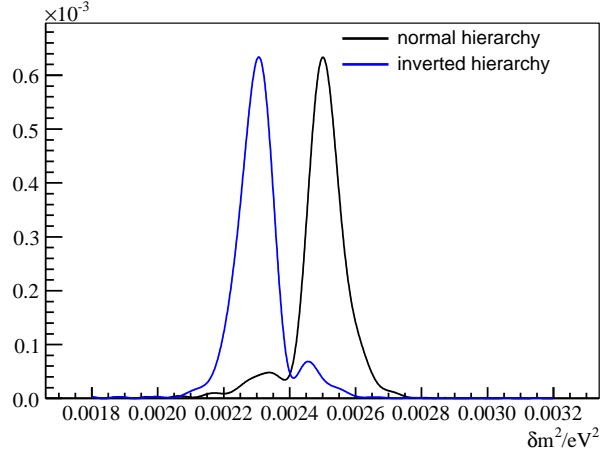


图 6.3: 中微子能谱的傅里叶变换谱，黑线对应正质量等级的情况，蓝线对应反质量等级的情况，谱形对应于 $\sin^2(2\theta_{13}) = 0.03$ 的情况。

图 6.3 所示的谱形对应于傅里叶变换公式中的模函数 $|F(\omega)|$ ，丢失了傅里叶变换的相角的信息。可以用两个实变换来代替傅里叶变换（FT），即正弦（FST）和余弦变换（FCT），其公式如下：

$$\begin{aligned} FST(\omega) &= \int_{t_{min}}^{t_{max}} F(t) \sin(\omega t) dt \\ FCT(\omega) &= \int_{t_{min}}^{t_{max}} F(t) \cos(\omega t) dt \end{aligned} \quad (6.5)$$

振荡频率 P_{ee} 包含三项， $1 - P_{21}$ 、 P_{32} 和 P_{31} ，我们现在就把 P_{ee} 分解成三项，在正质量等级和反质量等级下分别进行傅里叶正弦和余弦变换，结果显示在图 6.5 和图 6.4 上。从图上我们可以得到如下几点信息：

- 在范围 $1.8 \times 10^{-3} \text{eV}^2 < \delta m^2 < 3.0 \times 10^{-3} \text{eV}^2$ 内， P_{32} 和 P_{31} 成分占主导作用， $1 - P_{21}$ 成分很弱，因为 $1 - P_{21}$ 成分主要是低频振荡。可见傅里叶变换实现了 P_{32} 和 P_{31} 成分与 $1 - P_{21}$ 成分的分离。更容易显示中微子质量等级的信息。

- 对于正质量等级， P_{32} 成分在 P_{31} 成分的左边，对于反质量等级 P_{32} 成分在 P_{31} 成分的右边。
- 傅里叶余弦变换谱的峰值所在处和正弦变换谱的零点所在处对应于振荡的质量平方差的值，这有助于从傅里叶余弦和正弦谱上定出 $|\Delta m_{32}^2|$ 和 $|\Delta m_{31}^2|$ 值。
- 对于傅里叶余弦谱， P_{32} 和 P_{31} 的谱形相似，它们的峰值分别对应于 $|\Delta m_{32}^2|$ 和 $|\Delta m_{31}^2|$ 值，峰两边是两个谷，它们的副度比例决定于 $\tan^2(\theta_{12})$ 的值，约为 1 : 2。 P_{32} 和 P_{31} 的谱形还是关于峰值左右对称的，但是 P_{ee} 振荡约为 P_{32} 和 P_{31} 的叠加，叠加后失去对阵性。对于正质量等级， P_{32} 谱在左边，叠加在了 P_{31} 谱形左边的谷上，只剩下右边的谷；对于反质量等级， P_{32} 谱在右边，叠加在了 P_{31} 谱形右边的谷上，只剩下左边的谷。因此可以通过观测傅里叶余弦谱左边后右边谷的深度对比来决定中微子质量等级。
- 对于傅里叶正弦谱， P_{32} 和 P_{31} 的谱形也很相似，它们的零点分别对应于 $|\Delta m_{32}^2|$ 和 $|\Delta m_{31}^2|$ 值，右边是峰，左边是谷，幅度比例同样满足于 1 : 2，可以看出它们的谱形是关于零点旋转中心对称，峰和谷的幅度一样，但是叠加后形成的 P_{ee} 谱形失去对称性。对于正质量等级， P_{32} 谱在左边，叠加在了 P_{31} 谱形的谷上，于是峰的幅度大于谷的幅度；对于反质量等级， P_{32} 谱在右边，叠加在了 P_{31} 谱形的峰上，于是峰的幅度小于谷的幅度。因此可以通过观测傅里叶正弦谱中式峰的幅度大还是谷的幅度大来决定中微子的质量等级。

为了量化傅里叶正弦和余弦变换谱的特征，分别定义了参数 PV 和 RL ,

$$PV = \frac{P - V}{P + V}, \quad RL = \frac{RV - LV}{RV + LV} \quad (6.6)$$

式中， P 和 V 分别是正弦变换谱中峰和谷的幅度， RV 和 LV 分别是余弦变换谱的右边和左边的谷的幅度。根据图正弦和余弦变换谱的特征，对于正质量等级，有 $PV > 0$ 和 $RL > 0$ ，对于负质量等级，有 $PV < 0$ 和 $RL < 0$ 。

很明显，正弦和余弦变换谱的形状受到中微子振荡参数和基线长度的影响。中微子振荡参数中， $\sin^2 \theta_{12}$, Δm_{21}^2 和 Δm_{32}^2 已经有测量值，影响不大， $\sin^2 \theta_{13}$ 由于迄今为止还未有测量值，只有上限 0.017。如果 $\sin^2 \theta_{13}$ 为零或非常接近于零，则 P_{32} 和 P_{31} 振荡成分会变的很弱，可能会被噪音淹没，用傅里叶变换的方法无法确定中微子的质量等

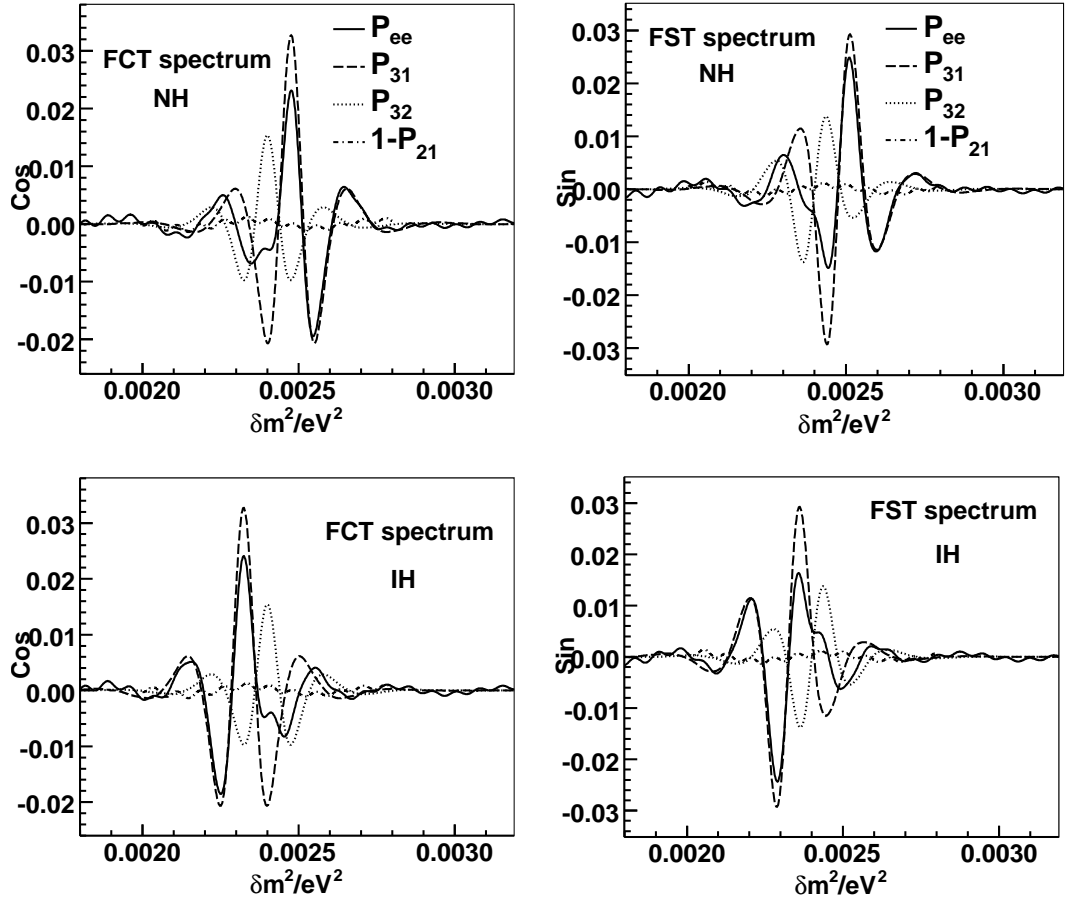


图 6.4: 中微子能谱的傅里叶余弦变换谱, 图 6.5: 中微子能谱的傅里叶正弦变换谱, 包含了 P_{ee} 全振荡的傅里叶变换谱, 和它的三个分量 $1 - P_{21}$ 、 P_{32} 和 P_{31} 的傅里叶变换谱。

级。对于基线 L 选择，则选择在 60 km 公里附近处比较好，处于 P_{21} 振荡极大的位置，包括了 20 多个 P_{32} 和 P_{31} 振荡周期，有利于加强 P_{32} 和 P_{31} 振荡的强度，但是太远会减小实验探测到的中微子事例数，因为事例数正比于 $1/L^2$ 。图 6.6 显示了基线长度 L 从 42 km 到 72 km、 $\sin^2(2\theta_{13})$ 从 0.005 到 0.05 变化时计算得出的 PV 值和 RL 值的散点图。可以看到，在正质量等级时，点都分布在 PV 和 RL 都大于零的区域，在负质量等级时，点都分布在 PV 和 RL 都小于零的区域，表明在这种情况下，中微子质量等级可以被确定。

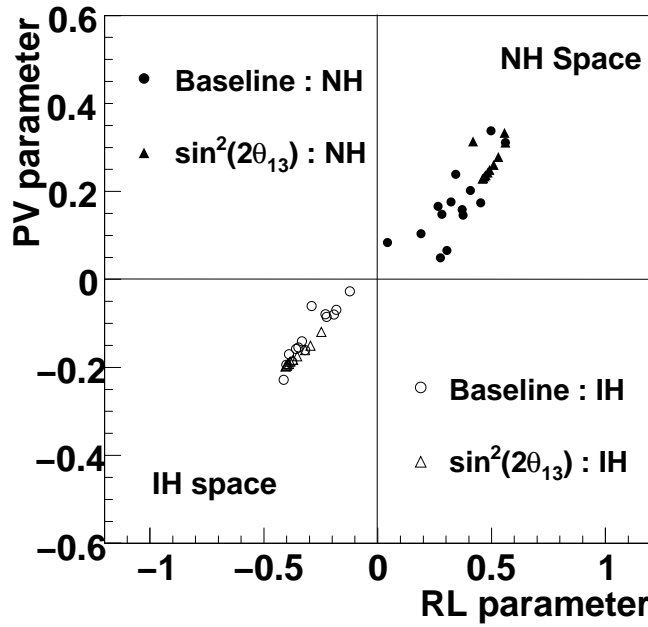


图 6.6: 对不同的 $\sin^2(2\theta_{13})$ 和基线 L 取值时， PV 和 RL 参数的分布。

6.2.2 实验数据的傅里叶变换

上一节从理论计算的中微子能谱出发，作傅里叶变换，通过观测傅里叶正弦和余弦变换谱形来确定中微子的质量等级。这一节通过模拟实验数据，对数据进行傅里叶变换来确定中微子的质量等级，并考虑到具体实验条件，如能量分辨、能力刻度误差、探测器质量、基线长度和 $\sin^2 \theta_{13}$ 大小的影响。

在考虑到探测器的响应以后，计算中微子能谱 $F(L/E)$ 的公式 6.3 应该变成下式：

$$\begin{aligned} F(L/E') &= \int R(E, E') F(L/E) dE, \\ F(L/E) &= \phi(E) \sigma(E) P_{ee}(L/E), \end{aligned} \quad (6.7)$$

式中， $F(L/E)$ 即为理论计算的能谱， $R(E, E')$ 为探测器的能量响应函数， E 理想的中微子测量能量， E' 为实际的中微子能量测量结果。

公式 6.5 是对理论计算的平滑的中微子能谱曲线进行傅里叶正弦和余弦变换的公式，在实际的中微子实验中，测量得到的只是一组分立的中微子能量数据，我们不对这些数据进行拟合得到一个能谱曲线，而是直接进行分立的数据直接进行傅里叶正弦和余弦变换，其公式如下：

$$\begin{aligned} FST(\omega) &= \sum_{i=1}^N \sin(\omega L/E'_i), \\ FCT(\omega) &= \sum_{i=1}^N \cos(\omega L/E'_i), \end{aligned} \quad (6.8)$$

式中， N 为实验测量到的中微子事例数， E'_i 即为测量得到的中微子能量。图 6.7 显示了理论计算和模拟数据的傅里叶正弦和余弦变换谱的比较，可以看到，模拟数据的变换谱中，噪音造成的小峰小谷幅度比较大。

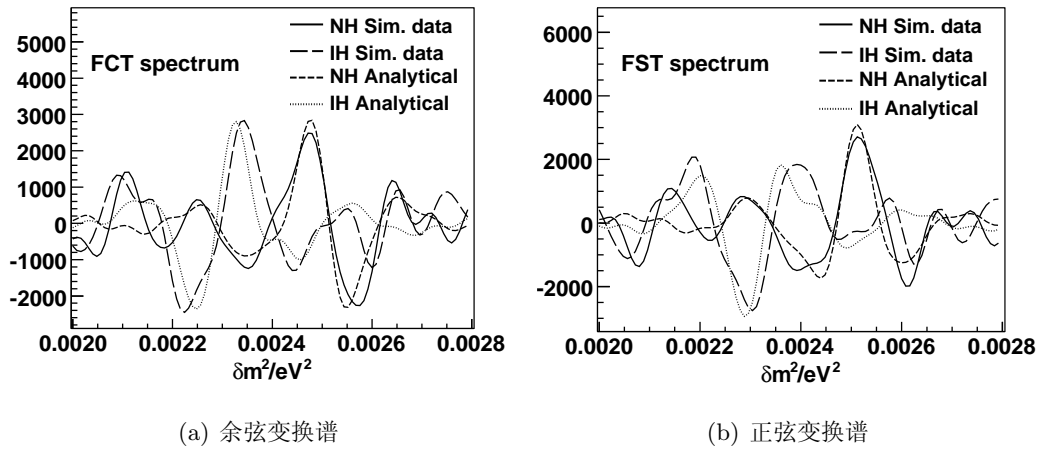


图 6.7: 理论计算能谱和模拟数据的傅里叶正弦和余弦变换谱的比较，输入参数为 $(\sin^2(2\theta_{13}), \sigma_E) = (0.02, 3\%/\sqrt{E_{vis}})$ 。

Δm_{21}^2	$ \Delta m_{32}^2 $		$\sin^2 \theta_{12}$	$\sin^2 \theta_{23}$
$7.6 \times 10^{-5} \text{eV}^2$	$2.4 \times 10^{-3} \text{eV}^2$		0.32	0.50
$\sin^2(2\theta_{13})$	L	σ_E	a	b
0.02	58 km	$3\%/\sqrt{E_{vis}}$	1%	0.01 MeV

表 6.1: 默认的中微子振荡参数及其他参数列表

探测器的能量响应主要包括两个方面：能量分辨和能力刻度误差。探测器的能力分辨可以用高斯函数来描述 $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp(-\frac{(E'-E)^2}{2\sigma_E^2})$, σ_E 即为能量分辨率。一般反应堆中微子是通过液体闪烁体探测器测量中微子能量，测量得到的能量正比于探测器收集到的光电子数，能量分辨决定于光电子数的统计涨落，因此，能量分辨通常正比于 $1/\sqrt{E}$ 。对于能量刻度误差，我们考虑两种情况：能谱的平移和伸缩，可以用公式 $E' = (1+a)E + b$ 来描述，式中 a 和 b 是决定刻度误差的参数。

在这里，我们先从理论能谱 $F(L/E)$ 中抽样出中微子事例的能量 E ，然后再作能量 E 到能量 E' 的变换，得到测量的中微子能量。可见，中微子事例的能量依赖于输入参数 $\{\sin^2 \theta_{13}, L, \sigma_E, a, b\}$ ，总抽烟事例数 N 决定实验的统计误差。其他依赖的参数及默认参数的选择见表 6.1。这些输入参数对质量等级测量的影响将在下一节中仔细研究。

从模拟得到的实验数据出发，来决定中微子等级的步骤如下：

- 给定输入参数，理论计算中微子中微子的能谱，从能谱上抽样出 N 个中微子事例，其能量为 E_i ($i = 1, 2, \dots, N$)，分别对正质量等级和反质量等级各抽烟一组能量值。
- 对能量 E_i 进行变换，得到能量值 E'_i ，包括对高斯函数抽烟以考虑能量分辨 σ_E 的影响，再考虑能量刻度误差，进行线性变换，依赖于参数 a 和 b 。
- 利用公式 6.8 计算出正弦变换和余弦变换谱。
- 利用公式 6.6 计算谱形的 PV 和 RL 值。
- 对以上四个步骤重复 500 次，模拟 500 个实验，观测它们 PV 和 RL 值的分布。

- 根据 PV 和 RL 值的分布计算确定中微子质量等级的概率。

图 6.8 显示了 500 个模拟实验的 RL 和 PV 参数的分布，输入参数为 $(\sin^2(2\theta_{13}), \sigma_E) = (0.02, 2\%/\sqrt{E_{vis}})$ 。可以看见，在 (RL, PV) 平面上，散点分成了两团，分别对应于正质量等级和反质量等级的情况，只有少数的一些点分布的位置与预期不符合，这表明在这种情况下，中微子等级有很大可能被确定。图 6.9 显示了几组输入参数情况下的 $RL + PV$ 值的分布，在这种情况下，图 6.8 中的两团散点将变成两个类似于高斯分布的曲线，从这些曲线上可以直接计算出测定中微子质量等级的概率。

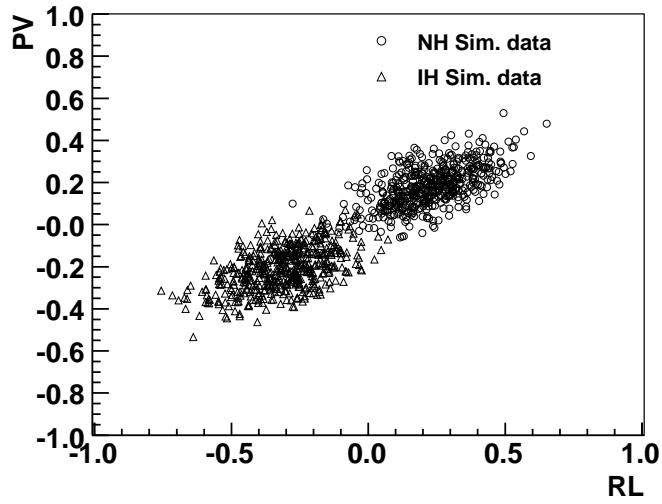


图 6.8: 500 个模拟实验的 RL 和 PV 参数的分布，输入参数为 $(\sin^2(2\theta_{13}), \sigma_E) = (0.02, 2\%/\sqrt{E_{vis}})$ 。两团散点的分布显示了确定中微子质量等级的可能性。

6.3 对实验条件的要求

6.3.1 影响质量等级测量的参数

中微子质量等级的测量跟表 6.1 中的输入参数有关。对于基线，在 Δm_{21}^2 振荡极大的地方 ($L \sim 50$ km) 质量等级测量灵敏度最高，因此，默认基线长度取值为 58 km。从图 6.1 来看，中微子质量等级的信息反应在了 Δm_{21}^2 和 Δm_{32}^2 决定的小振荡中，如果探测器能量分辨率不高，那么这些小振荡将会抹平，而无法辨认，我们要求能量分辨率

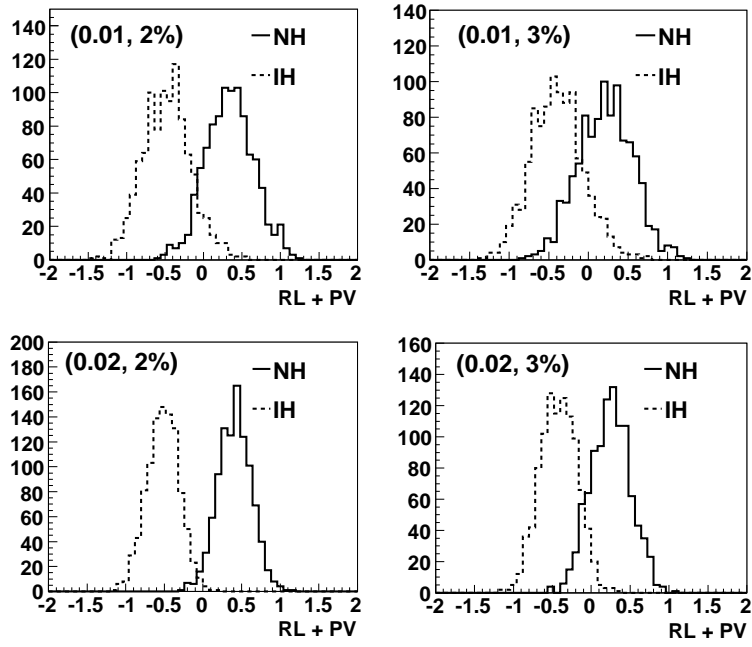


图 6.9: 1000 个模拟式样的 $RL + PV$ 值的分布，输入参数 $(\sin^2(2\theta_{13}))$ 分别为 $(0.01, 2\%/\sqrt{E_{vis}})$ 、 $(0.01, 3\%/\sqrt{E_{vis}})$ 、 $(0.02, 2\%/\sqrt{E_{vis}})$ 和 $(0.02, 3\%/\sqrt{E_{vis}})$ 。

应该好于 $3\%/\sqrt{E}$ 。以往的中微子实验表明对于能量刻度误差, a 和 b 的精度可以分别达到 1% 和 0.01 MeV。而中微子事例数 N 取决于探测器的大小、反应堆功率、基线长度和实验时间, 一个很好的实验地址可以选择在大亚湾反应堆附近, 这里将会有 8 个反应堆的核, 每个 3 GW 功率, 在基线长度为 58 km 时, 收集 5×10^5 个事例, 需要的探测质量时间为 $\sim 700 \text{ kt} \cdot \text{year}$, 我们取这个值为默认输入参数。

我们在考虑一个参数对质量等级测量的影响时, 其他参数如果没有特别标明, 则保持在默认值。

6.3.2 对探测器的要求

我们对基线长度进行了优化, 图 ?? 显示了确定中微子质量等级的概率随基线长度的变化。对四组输入参数 $(\sin^2(2\theta_{13}), \sigma_E)$ 分别模拟了 500 个实验, 计算了它们确定质量等级的概率。图中的误差棒即对应于模拟有限的实验个数导致的统计误差。从图上可以看到, 大概在 58 km 附近, 确定质量等级的概率最高, 这就是为什么我们取 58 km 为默认基线长度的原因。

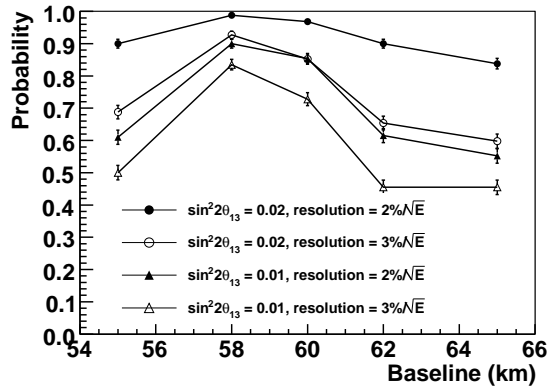


图 6.10: 基线长度对确定中微子质量等级的概率的影响, 四条线对应了四组输入参数 $(\sin^2(2\theta_{13}), \sigma_E)$ 。

对中微子事例数的要求取决于 $\sin^2(2\theta_{13})$ 的大小, 图 6.11 显示了随事例个数变化时, 确定中微子质量等级概率的变化, 我们对六组输入参数 $(\sin^2(2\theta_{13}), \sigma_E)$ 各模拟了 500 个实验。在事例个数很小时, 中微子能谱中的小振荡会被统计误差涨落所覆盖, 测

量质量等级的灵敏度会大大降低。在输入参数为 $(\sin^2(2\theta_{13}), \sigma_E) = (0.02, 3\%/\sqrt{E_{vis}})$ 的情况下，需要 5×10^5 个中微子事例，质量等级的确定概率就会达到 90%。如果像某些文献 [68] 预言的那样， $\sin^2(2\theta_{13}) \sim 0.05$ ，那么，确定中微子质量等级的事例数只需要默认值的 1/5。

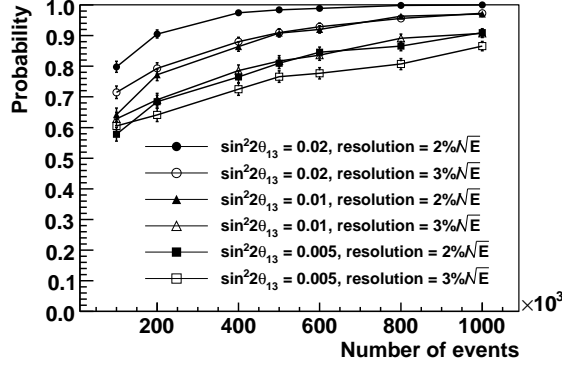


图 6.11: 事例个数对确定中微子质量等级的概率的影响，六条曲线对应于六组输入参数 $(\sin^2(2\theta_{13}), \sigma_E)$

为考虑能量分辨对确定中微子质量等级的影响，我们取了三组 $\sin^2(2\theta_{13})$ 的值 0.02、0.01 和 0.005，如图 6.12 所示。可以看到，要在 $\sin^2(2\theta_{13}) = 0.02$ 的情况下，能量分辨必须好于 $3\%\sqrt{E_{vis}}$ ，是目前最好的大体积液闪探测器的两倍好。更高的能量分辨意味着，液闪能发出更多光，使用更多的光电倍增管收集到更多的光电子，同时液闪的透明度也需要非常高。

我们在能量刻度误差参数 $a = -1\%$ 和 $b = -0.01 \text{ MeV}$ 的情况下，对应于中微子能谱的压缩和左平移。在这种能量刻度误差影响下，傅里叶正弦和余弦变换的谱形变化情况如图 6.13 所示，可以看到对应能谱平移，正弦和余弦变换谱基本无变换，因为能谱平移并不能改变能谱中的震荡频率，对应能谱压缩，正弦和余弦变换谱发生了左移，这是因为压缩 E 的能量谱导致 L/E 的谱形伸张，震荡频率变低，在正弦和余弦变换谱上就显示了谱形左移。决定中微子质量等级的谱形特征只是决定于正弦和余弦变换谱中的峰和谷的相对位置，对谱形的平移不敏感，所以能量刻度误差对探测中微子质量等级基本无影响。

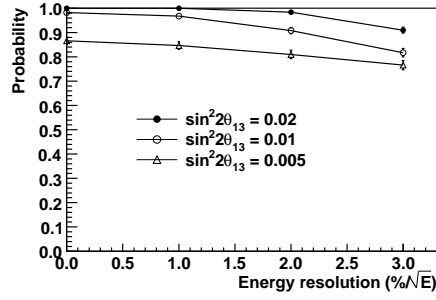


图 6.12: 探测器能量分辨率对确定中微子质量等级的概率的影响, 三条曲线对应三组输入值 $\sin^2(2\theta_{13}) = 0.02$ 、 0.01 和 0.005

6.3.3 对 θ_{13} 角的要求

从上一节中得知, 确定中微子质量等级所需求的输入参数对 $\sin^2(2\theta_{13})$ 有着很强的依赖性。从振荡公式 6.2 可以看出, P_{32} 和 P_{31} 振荡成分的强度直接正比于 $\sin^2(2\theta_{13})$ 的值, 因此 $\sin^2(2\theta_{13})$ 对于确定中微子质量等级有着很大的影响。

图 ?? 显示, 在不同能量分辨率的情况下, $\sin^2(2\theta_{13})$ 的值对确定中微子质量等级的影响, 能量分辨率为零表示不考虑能量分辨率的影响。可见, 如果 $\sin^2(2\theta_{13})$ 的值较大, 对能量分辨率或实验条件的要求会大大降低, 正因如此, 测量 $\sin^2(2\theta_{13})$ 的大小对确定中微子质量等级有着重要的意义。

图 ?? 显示了, 要确定中微子质量等级的概率达到 90% 以上的要求是, 对事例数和 $\sin^2(2\theta_{13})$ 共同的要求, 两条曲线对应了两种能量分辨率的情况。在曲线的右上方, 确定中微子质量等级的概率大于 90%, 在左下方则小于 90%。

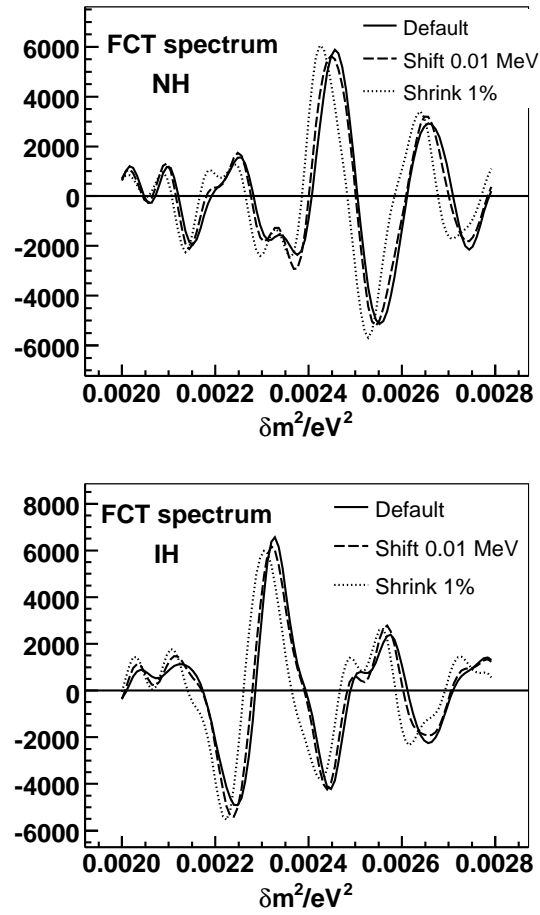


图 6.13: 能量刻度误差对傅里叶正弦和余弦变换谱的影响, 实线对应于无能量刻度误差的情况 (Default), 虚线对应于 $a = -1\%$ 的情况, 点线对应于 $b = -0.01$ 的情况。

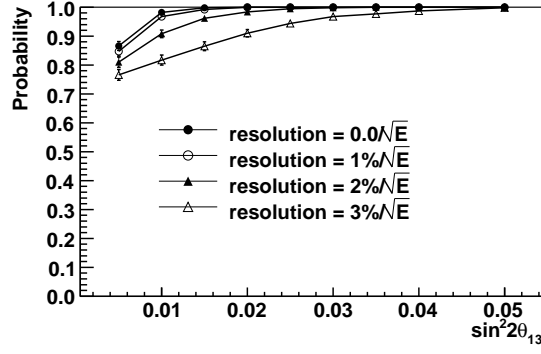


图 6.14: $\sin^2(2\theta_{13})$ 对确定中微子质量等级的概率的影响，四条曲线对应四种能量分辨率的情况。

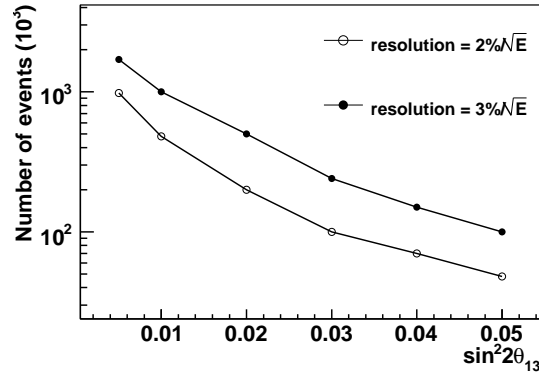


图 6.15: 达到 90% 概率确定中微子质量等级所要求的事例数和 $\sin^2(2\theta_{13})$ 值，两条曲线对应于两种能量分辨率。

博士论文：大大大亚湾中心探测器模拟与物理灵敏度研究

参考文献

- [1] Particle data group, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **33** (2006) 1
- [2] D. Decamp *et al.* [ALEPH Collaboration], Phys. Lett. B **235**, 399 (1990).
- [3] H. Band *et al.*, Annals N. Y. Acad. Sci. **578**, 445 (1989).
- [4] P. Lipari, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **112**, 274 (2002)
- [5] <http://www-boone.fnal.gov>
- [6] <http://www-sciboone.fnal.gov>
- [7] <http://minerva.fnal.gov>
- [8] Q. R. Ahmad *et al.* [SNO Collaboration], Phys. Rev. Lett. **89**, 011301 (2002)
- [9] Y. Fukuda *et al.* [Super-Kamiokande Collaboration], Phys. Rev. Lett. **81**, 1562 (1998)
- [10] M. H. Ahn *et al.* [K2K Collaboration], Phys. Rev. Lett. **90**, 041801 (2003)
- [11] K. Eguchi *et al.* [KamLAND Collaboration], Phys. Rev. Lett. **90**, 021802 (2003)
- [12] I. G. Irastorza *et al.* [IGEX Collaboration], arXiv:astro-ph/0211535.
- [13] C. Arnaboldi *et al.* [CUORICINO Collaboration], Phys. Rev. C **78**, 035502 (2008)
- [14] R. Arnold *et al.* [NEMO Collaboration], Nucl. Phys. A **781**, 209 (2007)
- [15] G. L. Fogli *et al.*, Phys. Rev. D **75**, 053001 (2007)

参考文献

- [16] T. Schwetz, M. Tortola and J. W. F. Valle, New J. Phys. **10**, 113011 (2008)
- [17] K. Hagiwara, N. Okamura, and K. i. Senda, Phys. Rev. D **76**, 093002 (2007).
- [18] D. S. Ayres *et al.* [NOvA Collaboration], arXiv:hep-ex/0503053.
- [19] O. Mena, H. Nunokawa, and S. J. Parke, Phys. Rev. D **75**, 033002 (2007).
- [20] S. Choubey, S. T. Petcov, and M. Piai, Phys. Rev. D **68**, 113006 (2003).
- [21] S. T. Petcov and M. Piai, Phys. Lett. B **533**, 94 (2002).
- [22] J. Learned, S. T. Dye, S. Pakvasa, and R. C. Svoboda, Phys. Rev. D **78**, 071302 (2008).
- [23] L. Zhan, Y. Wang, J. Cao, and L. Wen, Phys. Rev. D **78**, 111103 (2008).
- [24] A. Strumia and F. Vissani, arXiv:hep-ph/0606054.
- [25] H. T. Wong *et al.* [TEXONO Collaboration], Phys. Rev. D **75**, 012001 (2007)
- [26] A. Aguilar *et al.* [LSND Collaboration], Phys. Rev. D **64**, 112007 (2001)
- [27] A. A. Aguilar-Arevalo *et al.* [The MiniBooNE Collaboration], Phys. Rev. Lett. **98**, 231801 (2007)
- [28] B. Kayser, "Neutrino Mass, Mixing, And Flavor Change", J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **33** (2006) 156
- [29] K. Nakamura, "Solar Neutrino Review", J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **33** (2006) 485
- [30] X. Guo *et al.* [Daya-Bay Collaboration], arXiv:hep-ex/0701029.
- [31] C. H. Albright *et al.* [Neutrino Factory/Muon Collider Collaboration], arXiv:physics/0411123.
- [32] F. Reines and C. L. Cowan, Phys. Rev. **92**, 830 (1953).

- [33] M. Apollonio *et al.* [CHOOZ Collaboration], Eur. Phys. J. C **27**, 331 (2003)
- [34] F. Boehm *et al.*, Phys. Rev. D **64**, 112001 (2001)
- [35] B. T. Cleveland *et al.*, Astrophys. J. **496**, 505 (1998).
- [36] W. Hampel *et al.* [GALLEX Collaboration], Phys. Lett. B **447**, 127 (1999).
- [37] J. N. Abdurashitov *et al.* [SAGE Collaboration], Phys. Rev. C **60**, 055801 (1999)
- [38] G. Alimonti *et al.* [Borexino Collaboration], Astropart. Phys. **16**, 205 (2002)
- [39] P. Adamson *et al.* [MINOS Collaboration], Phys. Rev. Lett. **101**, 131802 (2008)
- [40] F. Ardellier *et al.* [Double Chooz Collaboration], arXiv:hep-ex/0606025.
- [41] <http://wwwasd.web.cern.ch/wwwasd/geant/>
- [42] <http://geant4.web.cern.ch/geant4/>
- [43] <http://boss.ihep.ac.cn/>
- [44] [http://www.slac.stanford.edu/BFROOT/www/Computing/Offline/
Simulation/web/bogus-guide.html](http://www.slac.stanford.edu/BFROOT/www/Computing/Offline/Simulation/web/bogus-guide.html)
- [45] <http://cmsdoc.cern.ch/cms/OSCAR/>
- [46] <http://lhcb-release-area.web.cern.ch/LHCB-release-area/DOC/gauss/>
- [47] Geant4 User's Guide for Application Developers, [http://geant4.web.cern.
ch/geant4/UserDocumentation/UsersGuides/ForApplicationDeveloper/html/
index.html](http://geant4.web.cern.ch/geant4/UserDocumentation/UsersGuides/ForApplicationDeveloper/html/index.html)
- [48] <http://neutrino.phys.ksu.edu/~GLG4sim/>
- [49] 关梦云, 2006年中国科学院研究生院博士论文, “大亚湾反应堆中微子实验本底研究和模型研制”, 第三章
- [50] 刘金昌, 2008年中国科学院研究生院博士论文, “大亚湾反应堆中微子实验的中子本底研究”, 第三章

参考文献

- [51] Y. F. Wang, V. Balic, G. Gratta, A. Fasso, S. Roesler and A. Ferrari, Phys. Rev. D **64**, 013012 (2001)
- [52] J. B. Birks, “The theory and practice of scintillation counting”, p.187, Pergamon Press, Oxford (1964).
- [53] R.L.Craun and D.L.Smith. Nucl. Inst. and Meth., 80:239 – 244, 1970.
- [54] J. B. Birks, Phys. Rev. **84**, 364 (1951).
- [55] 钟伟丽, 2008年中国科学院研究生院博士论文, “大亚湾实验中心探测器模型和 ΔM_{31}^2 测量精度的研究” .
- [56] Xiaobo Li *et al.*, Daya Bay Technical Note, **DocDB578**(2007).
- [57] Liangjian Wen, Daya Bay Technical Note, **DocDB795**(2007).
- [58] Wei-Li Zhong *et al.*, Nucl. Instr. and Meth. A 587 (2008) 300-303.
- [59] H. Sugiyama, O. Yasuda, F. Suekane and G. A. Horton-Smith, Phys. Rev. D **73**, 053008 (2006) [arXiv:hep-ph/0409109].
- [60] P. Huber, M Lindner, T. Schwetz, and W. Winter, Nucl. Phys. **B665**, 487 (2003); Nucl. Phys. **B645**, 3 (2002).
- [61] D. Stump *et al.*, Phys. Rev. **D65**, 014012 (2001).
- [62] Y. Fukuda *et al.*, Phys. Rev. Lett. **81**, 1562 (1998); Y. Ashie *et al.*, hep-ex/0501064.
- [63] H. Minakata, H. Sugiyama, O. Yasuda, K. Inoue, and F. Suekane, Phys. Rev. **D68**, 033017 (2003); H. Minakata and H. Sugiyama, Phys. Lett. **B580**, 216 (2004).
- [64] P. Vogel and J. Engel, Phys. Rev. D **39**, 3378 (1989).
- [65] P. Vogel and J. F. Beacom, Phys. Rev. D **60**, 053003 (1999) [arXiv:hep-ph/9903554].
- [66] 安丰鹏,占亮,田新春,曹俊, “The systematic impact of spent nuclear fuel on θ_{13} sensitivity at Reactor Neutrino Experiment”, accepted by Chinese Physics C.

- [67] L. Zhan, Y. Wang, J. Cao and L. Wen, arXiv:0901.2976 [hep-ex].
- [68] G. L. Fogli, E. Lisi, A. Marrone, A. Palazzo and A. M. Rotunno, Phys. Rev. Lett. **101**, 141801 (2008).

参考文献

发表文章目录

1.

致谢